ПОДЕЛКИ СВОИМИ РУКАМИ

Коллекция интересных и забавных математических моделей

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ГОЛОВОЛОМКИ

ВЫРЕЗАЕМ И КЛЕИМ ОБЪЕМНЫЕ МОДЕЛИ ИЗ БУМАГИ

ДЖЕРАЛЬД ДЖЕНКИНС ● МАГДАЛЕН БИАР

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ГОЛОВОЛОМКИ

Коллекция интересных и забавных математических моделей

ДЖЕРАЛЬД ДЖЕНКИНС, МАГДАЛЕН БИАР

Как сделать красивые модели

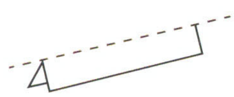
1. Вырежьте из книги детали выбранной вами модели, немного отступив от контура.

2. Продавите все линии сгиба, после чего обрежьте детали точно по контуру.

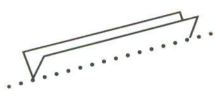
3. Аккуратно согните детали по линиям сгиба, чтобы получилась либо выпуклость, либо вогнутость в зависимости от того, какая линия:

пунктирная или точечная.

На пунктирных линиях отгибайте от себя, чтобы получилась выпуклость.



На точечных линиях отгибайте к себе, чтобы получилась вогнутость.



4. Прогладьте все сгибы. Пока вы этого не сделали, не начинайте склеивать.

5. Цифры на клапанах показывают, в каком порядке лучше всего склеивать детали. Там, где надо склеить деталь перед тем, как приклеивать ее к другой, клапаны помечены буквами в алфавитном порядке: A, B, C и т.д.

Склеивайте клапаны с одинаковыми буквами и цифрами одновременно. Некоторые клапаны помечены черными треугольничками. Такие клапаны надо склеивать так, чтобы треугольнички указывали в одну сторону.

Тип клея

Для того чтобы модели получились аккуратными, нужно взять клей, который застывает быстро, но не мгновенно и не оставляет грязных следов.

Как отгибать клапаны

Если вы хотите, чтобы у вас получились красивые модели, очень важно продавить все линии сгиба. Чтобы бумага сгибалась аккуратно и точно по нужной линии, возьмите шариковую ручку, в которой кончились чернила, и проведите ею с нажимом вдоль пунктирных линий сгиба. Опытные моделисты могут использовать переплетный нож, но с ним следует обращаться осторожно, чтобы не прорезать бумагу.

Книжка-малютка

Указания о том, как сделать книжку-малютку, смотрите на третьей сторонке обложки.

Design: Magdalen Bear

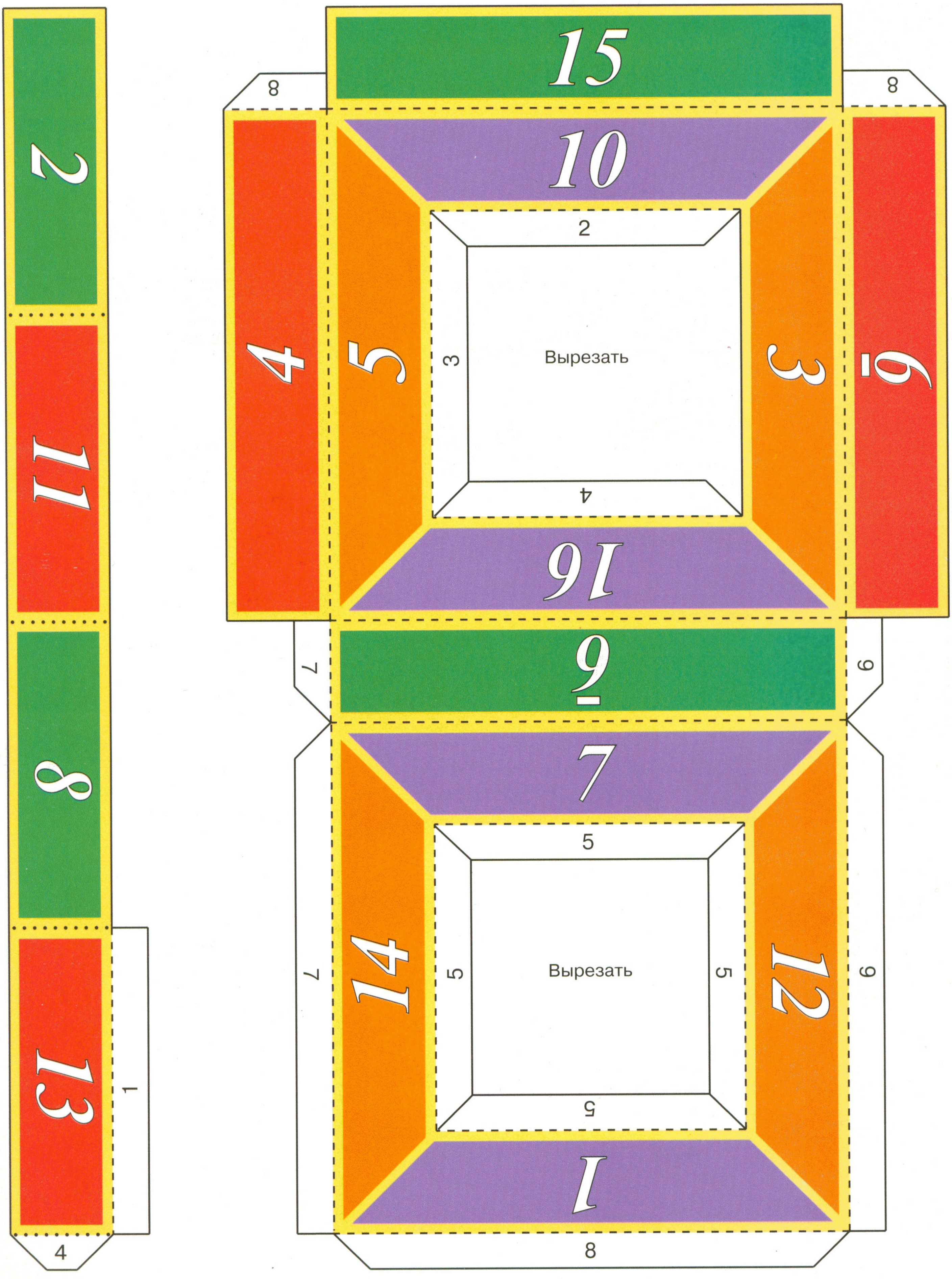
Tarquin Publications
Stradbroke
Diss
Norfolk IP21 5JP
England

These models are developed from those in the Mathematical Curiosities Series by Gerald Jenkins and Anne Wild, first published in 1981.

Коллекция интересных и забавных математических моделей

ЧЕРТОВА РАМКА

Эта любопытная модель — трехмерный вариант особого волшебного квадрата, который называется «чертовым» или «пандиагональным». Каким бы образом ни складывать его числа, всегда получается 34. Более подробно об этом и о волшебных квадратах написано на с. 2–3 книжки-малютки.



8

4

8 8

5

4

6 1 7

5

3

6 7

5

2

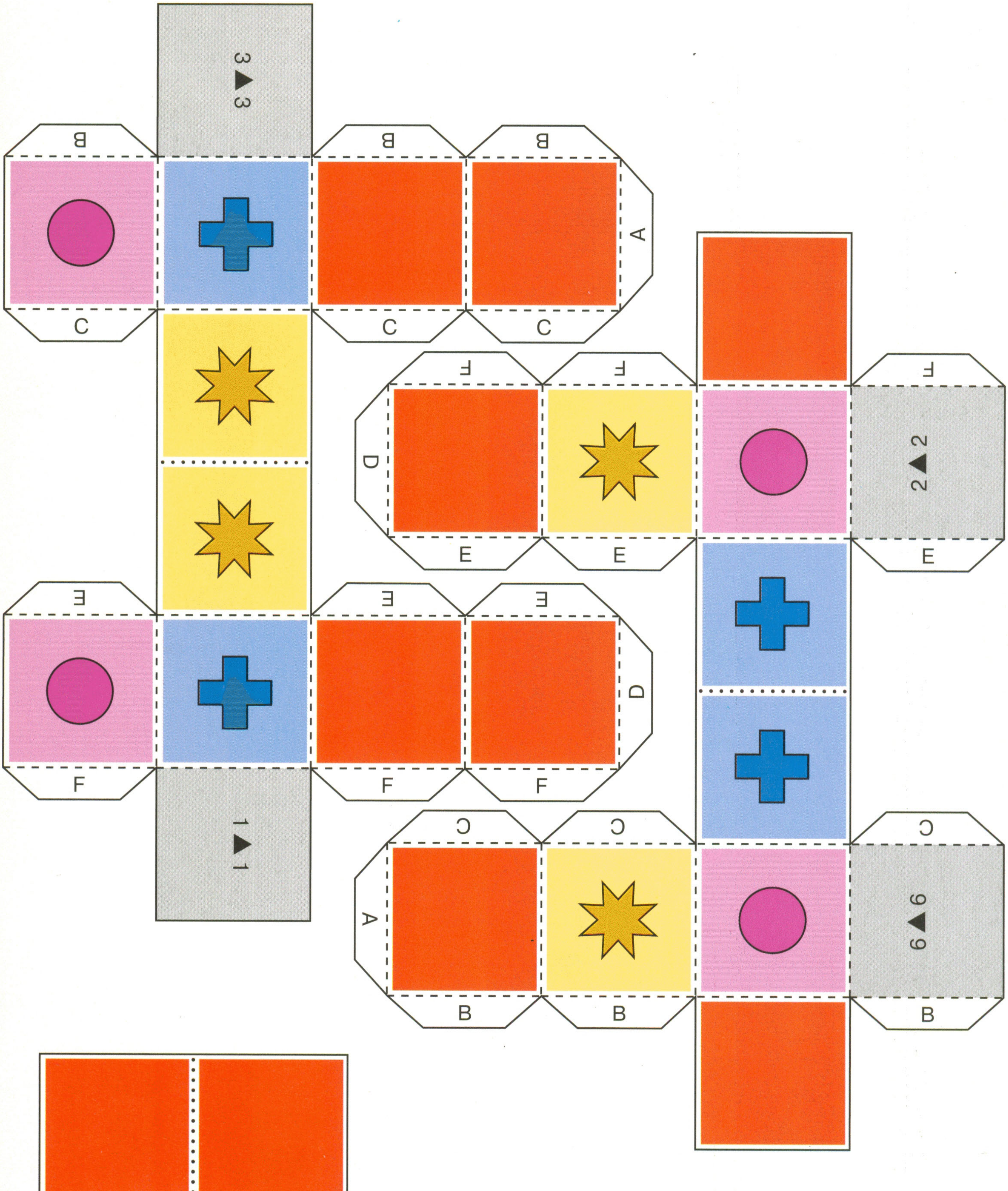
5

Коллекция интересных и забавных математических моделей

Складывающиеся и раскладывающиеся кубики

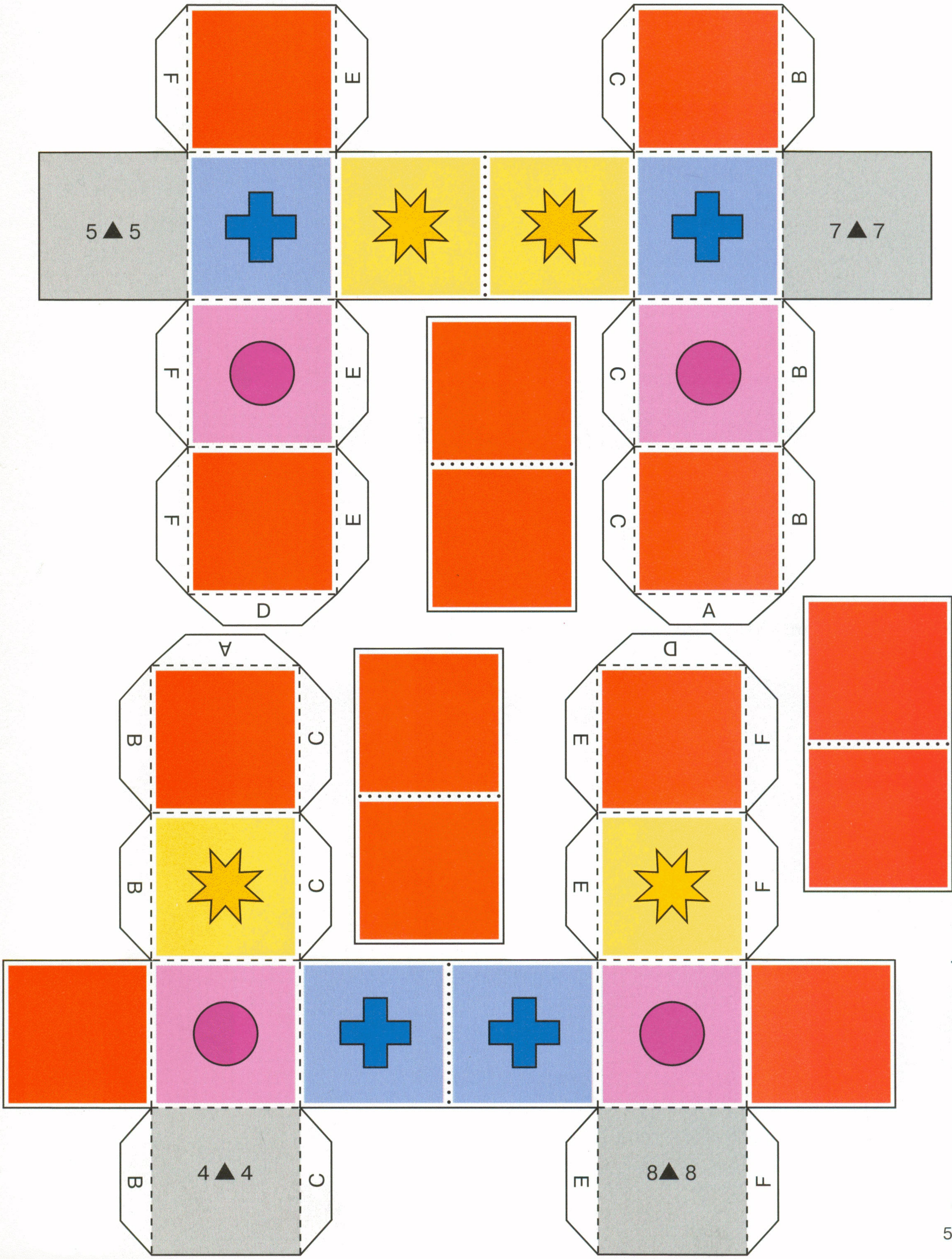
Эта любопытная модель состоит из восьми небольших кубиков, хитроумно соединенных друг с другом. Кажется, она чуть ли не бесконечно может изменять свою форму, показывая разные цвета и фигуры. *См. также с. 5 книжки-малютки.*

Другие детали этой модели находятся на с. 5.



СКЛАДЫВАЮЩИЕСЯ И РАСКЛАДЫВАЮЩИЕСЯ КУБИКИ

Другие детали этой модели находятся на с. 3.



Складывающиеся и раскладывающиеся кубики

A D

B C E F

B C E F

B C E F

3 ▲ 3

4 ▲ 4

5 ▲ 5

7 ▲ 7

6 ▲ 6

8 ▲ 8

F E C B

F E C B

F E C B

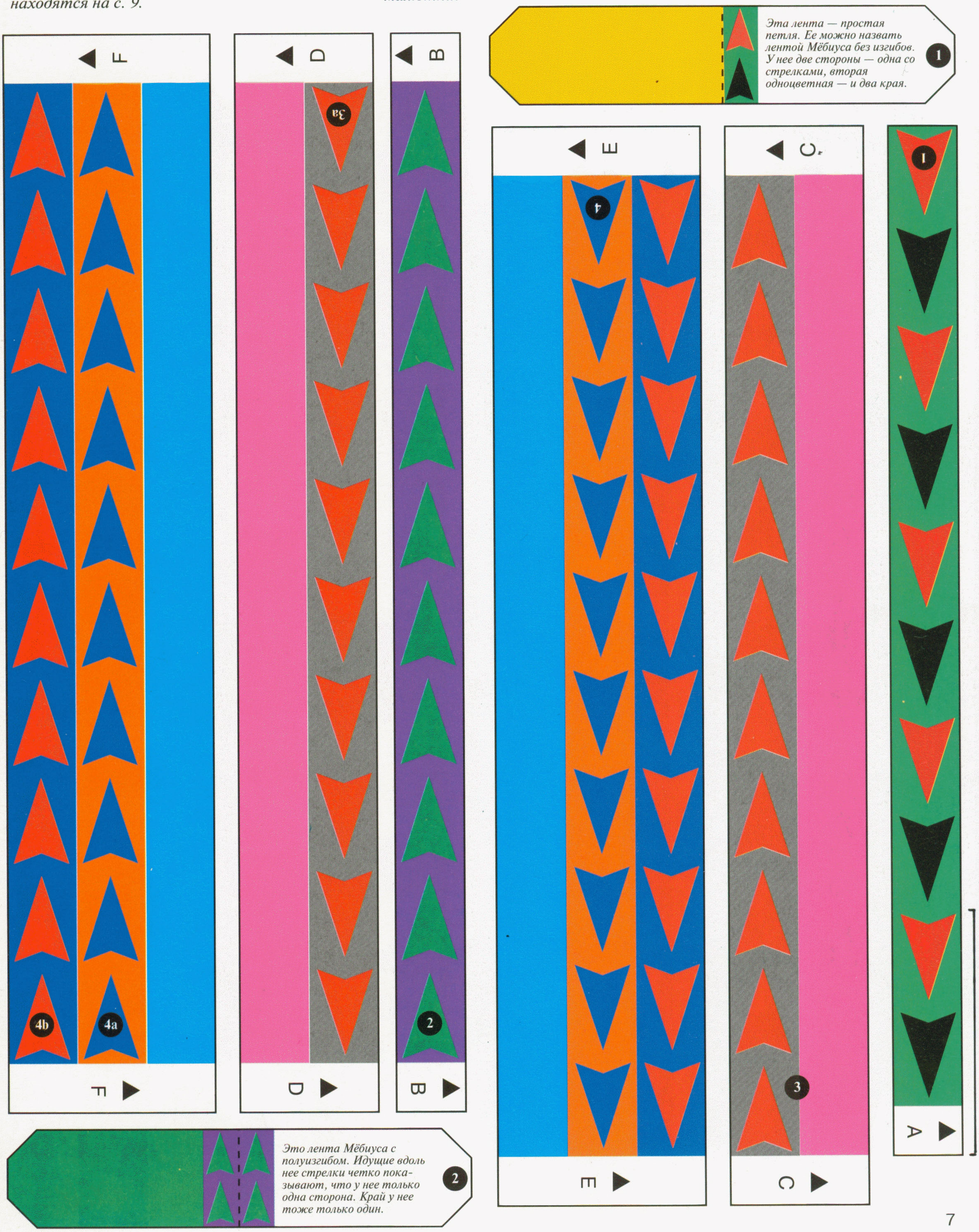
D A

КОЛЛЕКЦИЯ ИНТЕРЕСНЫХ И ЗАБАВНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ЛЕНТЫ МЁБИУСА

Другие пять ярлыков для этих лент находятся на с. 9.

С помощью этих моделей вы можете исследовать любопытные свойства лент Мёбиуса. Сделайте все шесть лент, склеив вместе места, отмеченные одинаковыми буквами (следя, чтобы черные треугольники смотрели в одну сторону), а затем разрежьте вдоль белых линий, проведенных на двух лентах. Затем склейте каждый из пяти ярлыков, так чтобы он обхватывал соответствующую ленту. На этих ярлыках написаны особые свойства каждой ленты. Более подробно об этом читайте на с. 8 и 9 книжки-малютки.

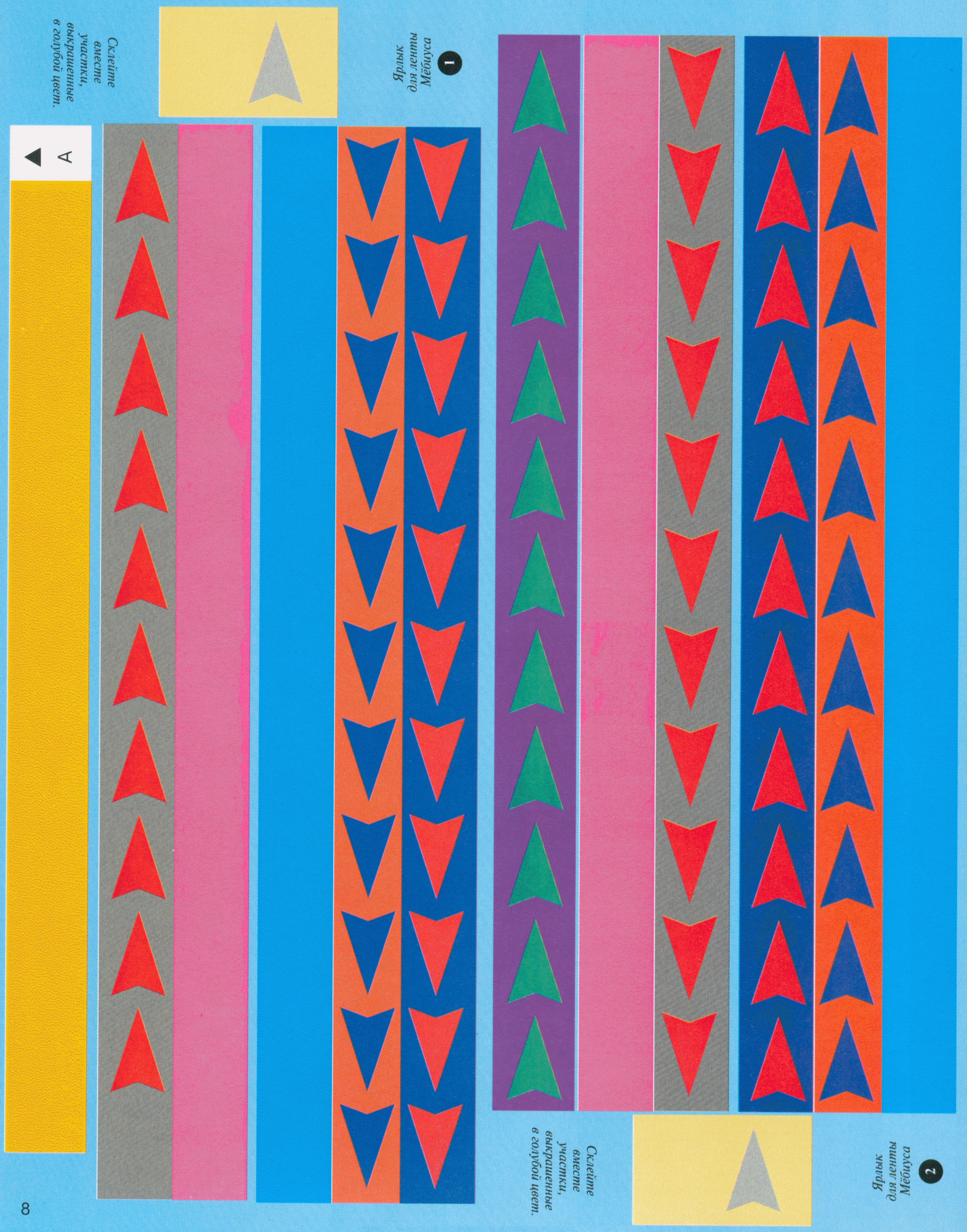


ЛЕНТЫ МЁБИУСА

Вырезайте эти детали по противоположной стороне листа.

Склейте вместе участки, выкрашенные в голубой цвет.

Ярлык для ленты Мёбиуса 1



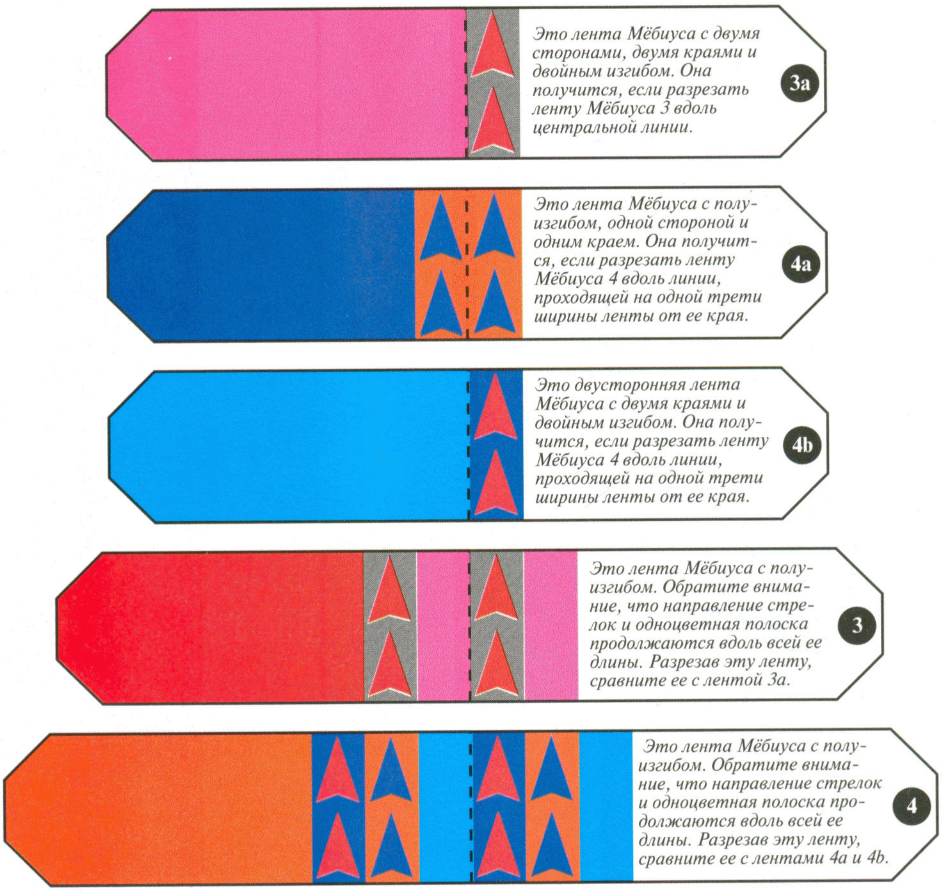
Склейте вместе участки, выкрашенные в голубой цвет.

Ярлык для ленты Мёбиуса 2

Коллекция интересных и забавных математических моделей

ЛЕНТЫ МЁБИУСА

Другие детали лент находятся на с. 7.

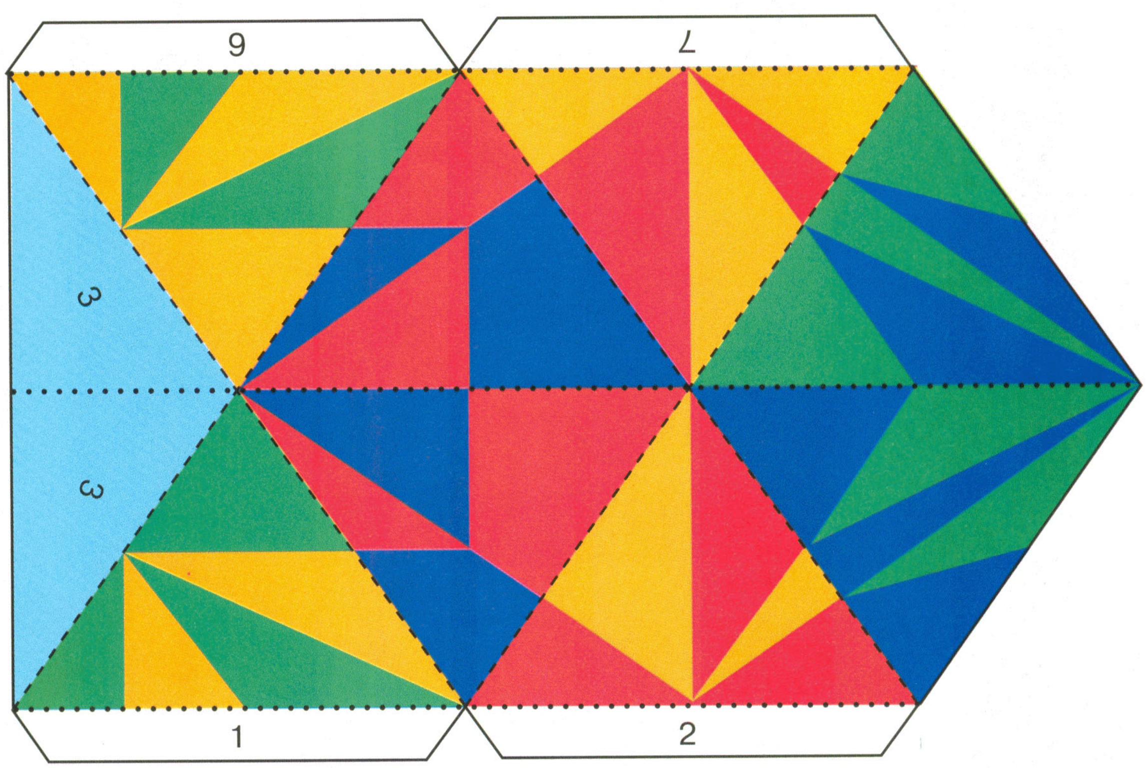


Коллекция интересных и забавных математических моделей

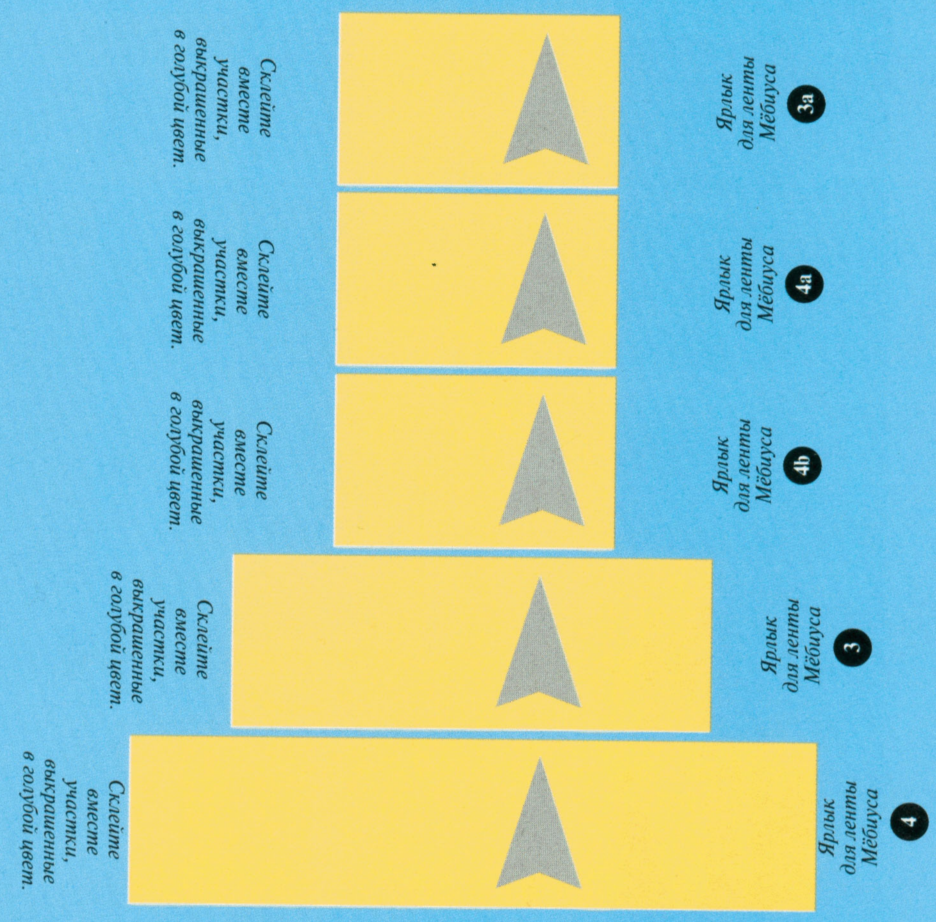
КВАДРАТНОЕ ВРАЩАЮЩЕЕСЯ КОЛЬЦО

Эта забавная модель может до бесконечности вращаться вокруг своего центра, снова и снова самым любопытным образом принимая очертания квадрата. Об ее узоре и углах более подробно написано на с. 15 книжки-малютки.

Другая деталь этой модели находится на с. 11.



ЛЕНТЫ МЁБИУСА



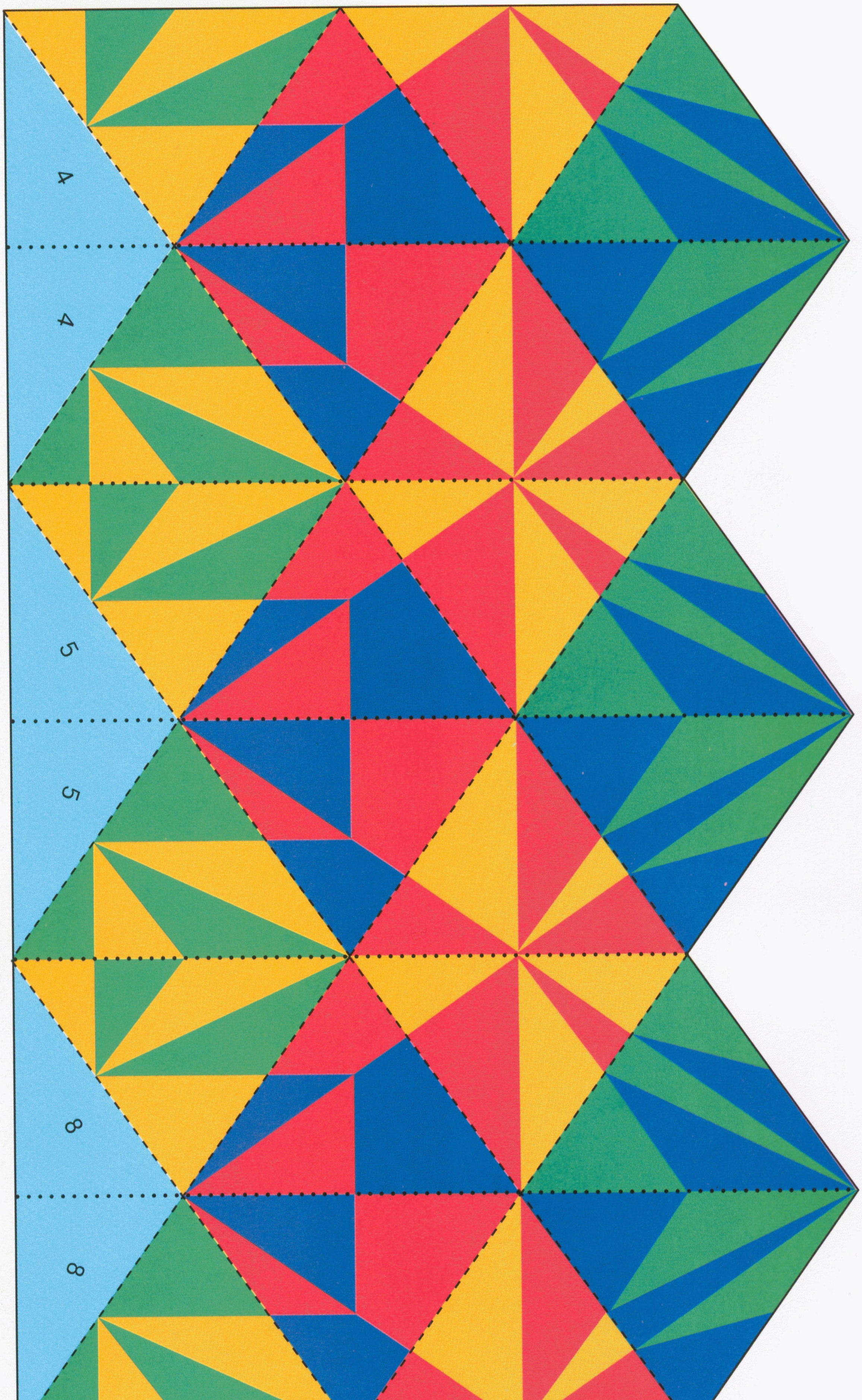
КВАДРАТНОЕ ВРАЩАЮЩЕЕСЯ КОЛЬЦО

3

3

КВАДРАТНОЕ ВРАЩАЮЩЕЕСЯ КОЛЬЦО

Другая деталь этой модели находится на с. 9.



КВАДРАТНОЕ ВРАЩАЮЩЕЕСЯ КОЛЬЦО

2

1

4

4

5

5

8

8

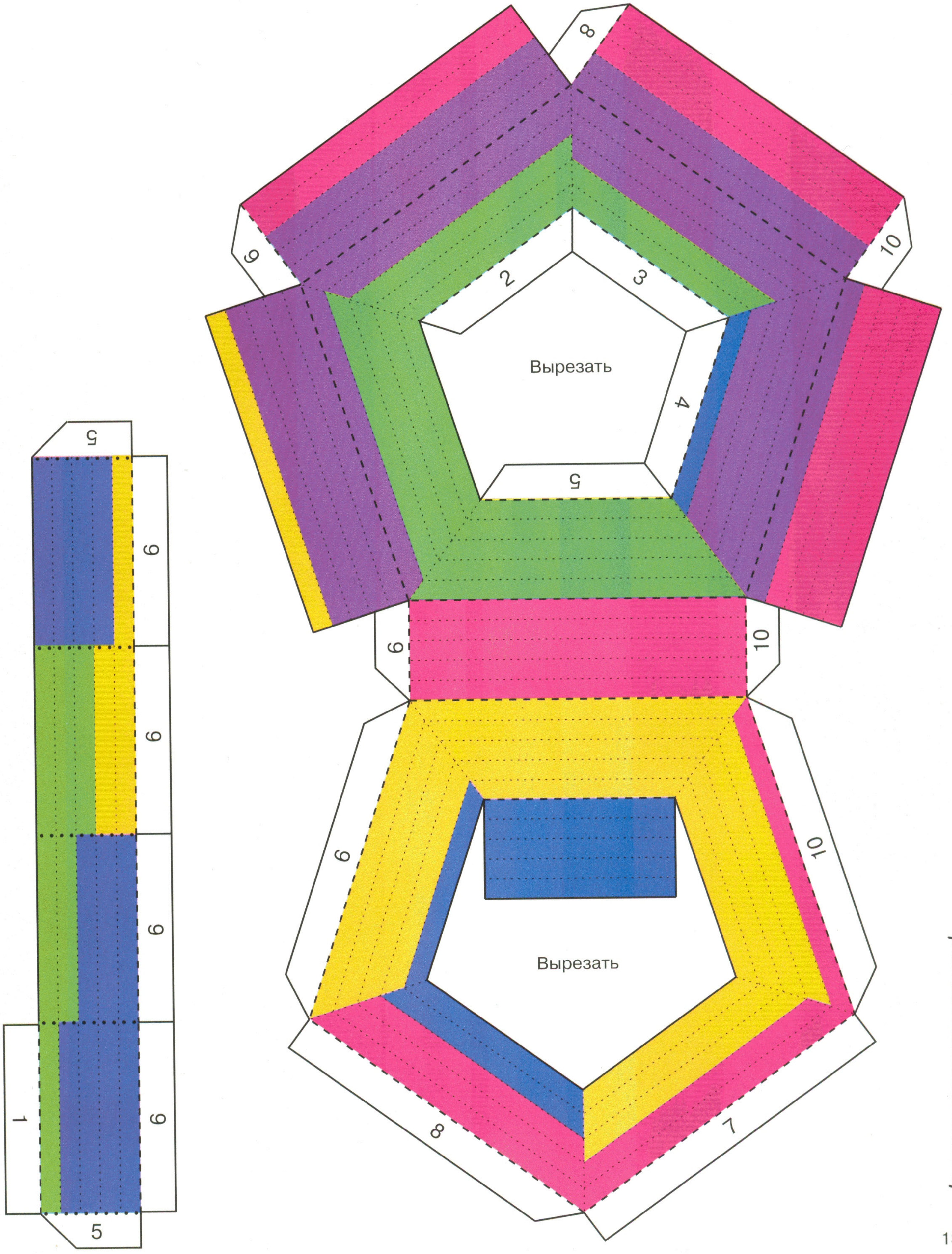
7

6

коллекция интересных и забавных математических моделей

ПЯТИЦВЕТНЫЙ ТОР

Ни на плоской поверхности, ни на поверхности сферы или куба невозможно так расположить пять участков разного цвета, чтобы каждый из них граничил с остальными четырьмя. Но это можно сделать на торе, что и демонстрирует наша любопытная модель. См. также с. 12 и 13 книжки-малютки.



8

7 8

10 9

1

10 9

4

10 9

3

5 5

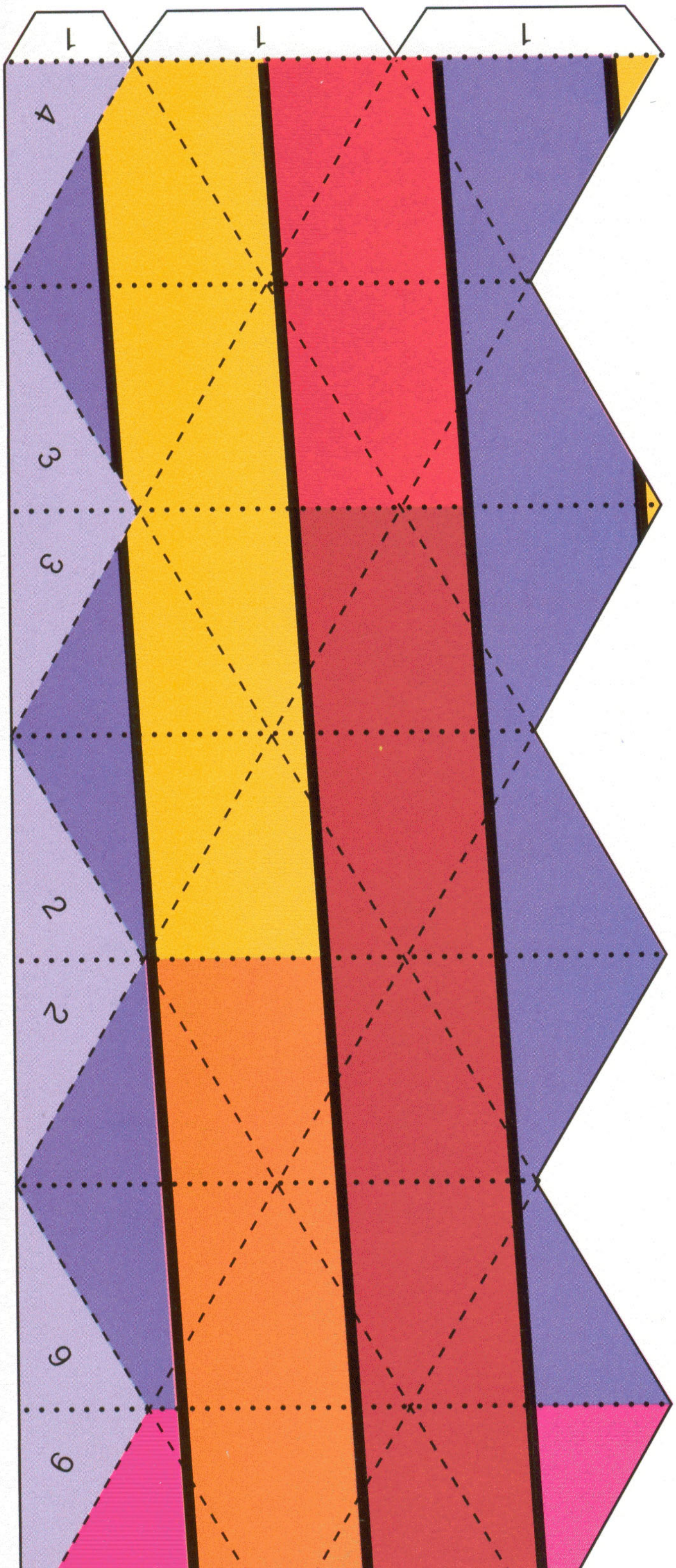
9 5 9

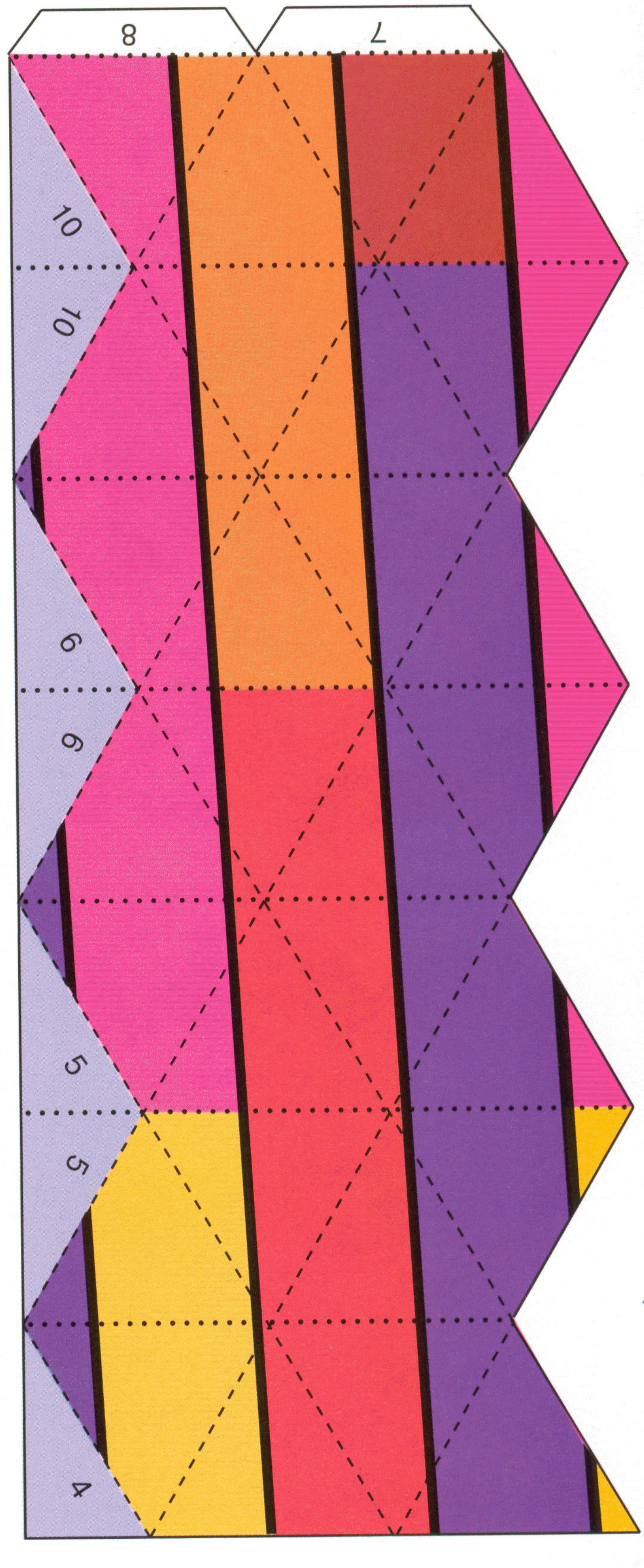
2

9 9

Семицветное кольцо

Эта любопытная вращающаяся модель раскрашена в семь цветов так, что каждый цвет граничит с остальными шестью. Семь — максимальное количество цветов, с которыми можно провести такой опыт на кольце, в противоположность только четырем цветам на плоскости.
См. с. 13 и 14 книжки-малютки.





СЕМИЦВЕТНОЕ КОЛЬЦО

10

10

4

9

3

9

3

5

2

5

2

4

6

1 1 1

9

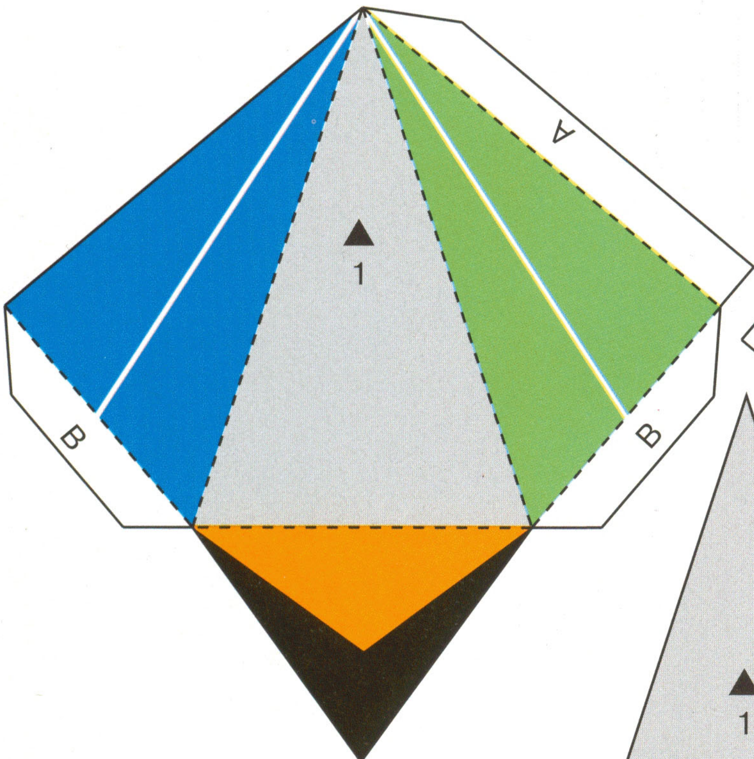
16 7 8

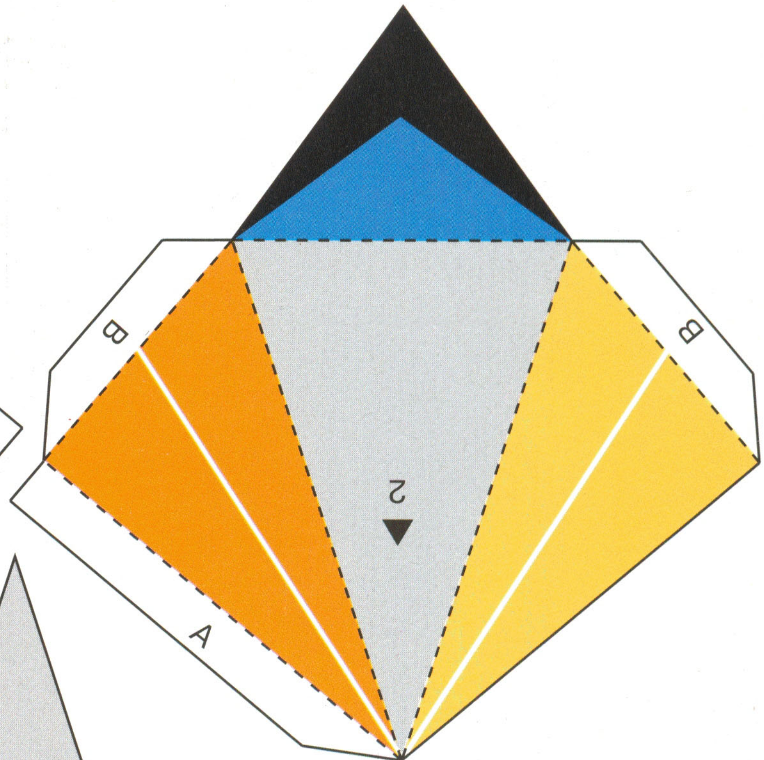
КОЛЛЕКЦИЯ ИНТЕРЕСНЫХ И ЗАБАВНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

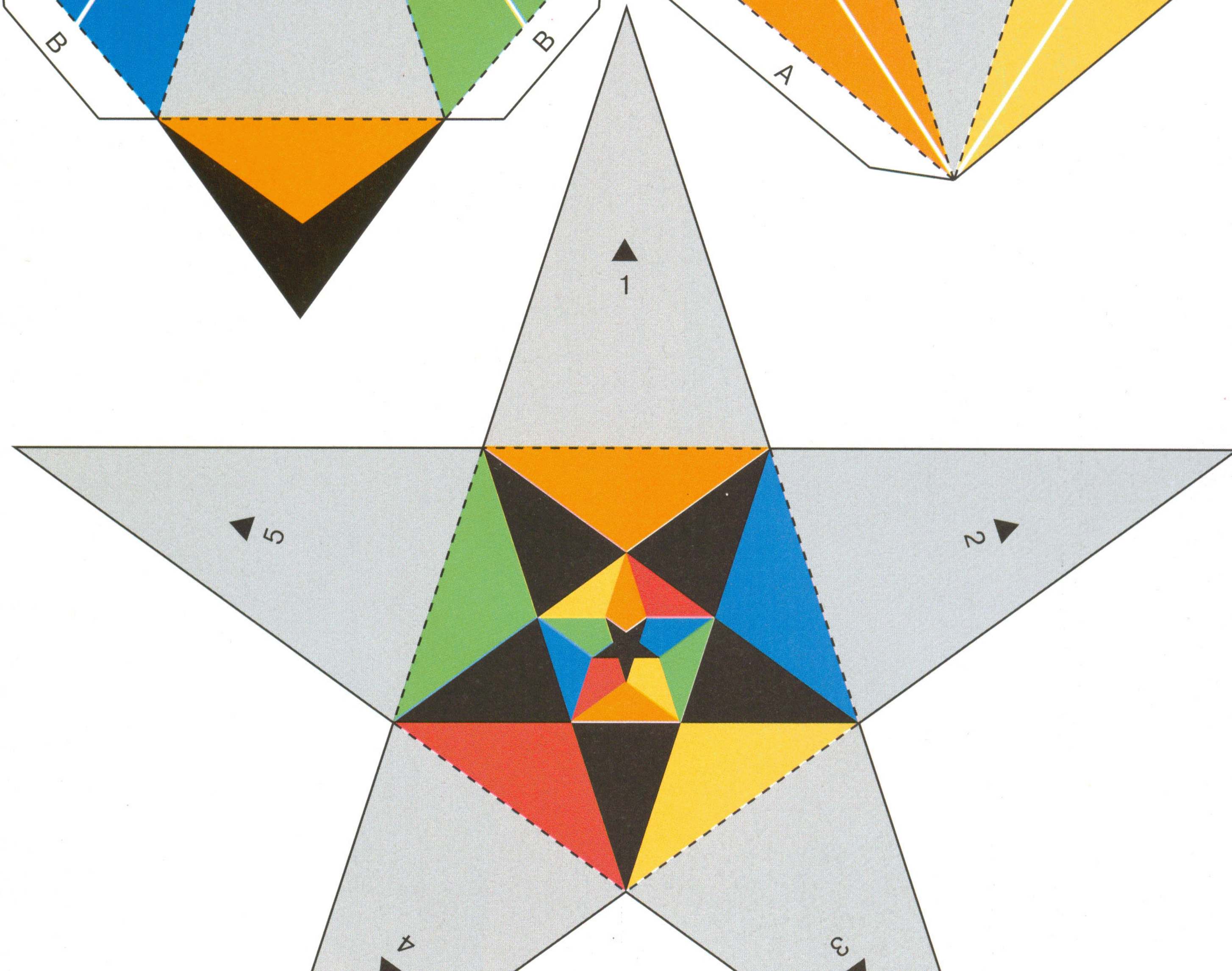
ПЕНТАГРАММА И ПИРАМИДА

Это сочетание двух пентагональных пирамид, в том числе одной усеченной, наглядно демонстрирует взаимоотношения между поверхностями. Более подробно об этой любопытной комбинации написано на с. 7 книжки-малютки.

Другие детали этой модели находятся на с. 19.





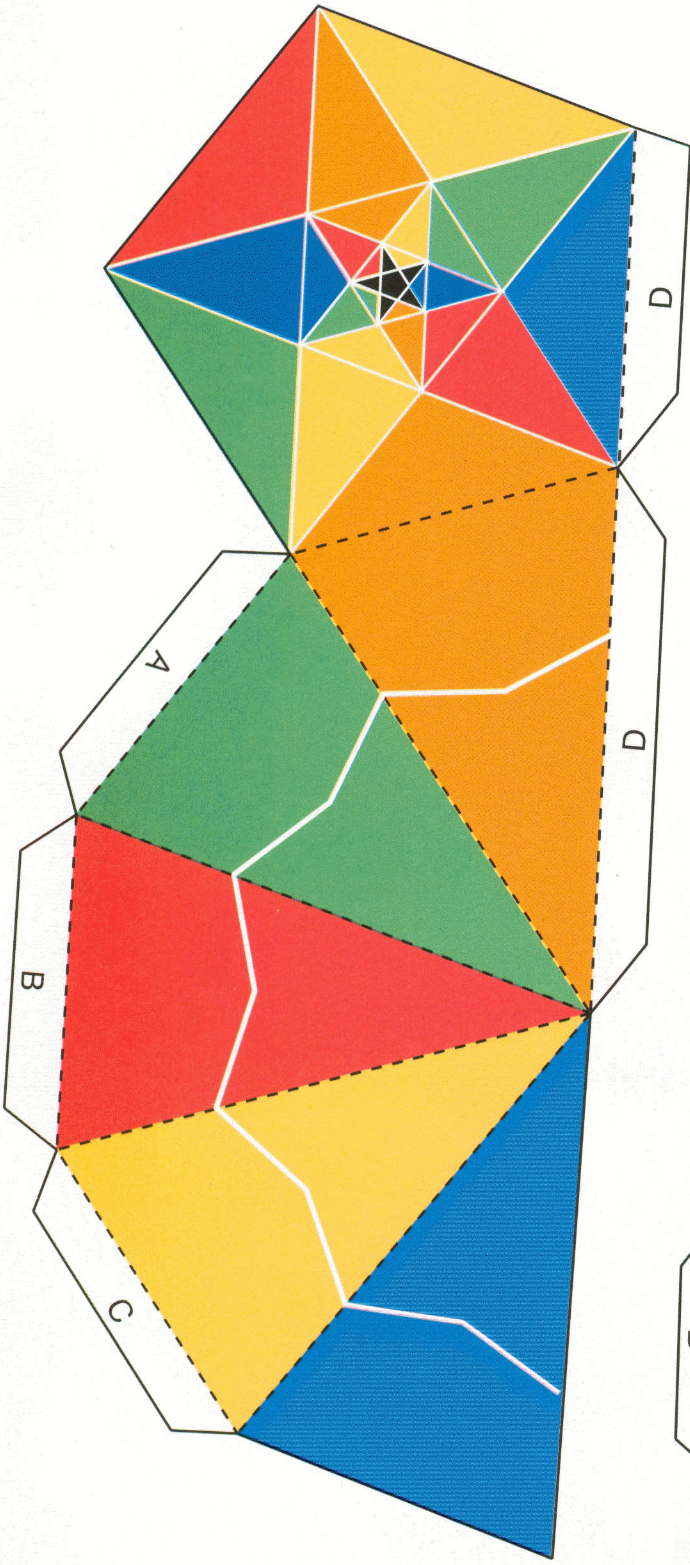


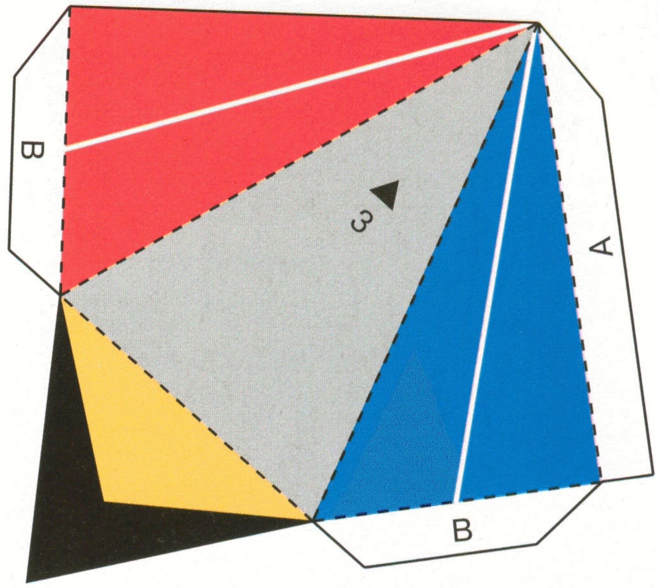
ПЕНТАГРАММА
И ПИРАМИДА

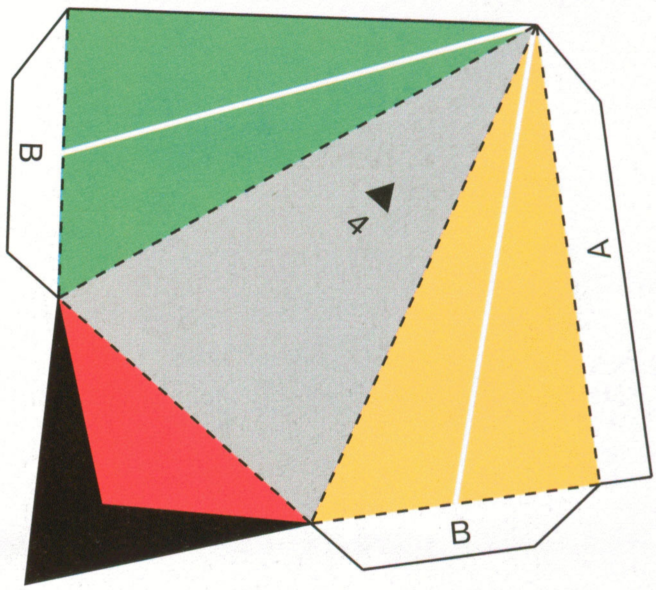
КОЛЛЕКЦИЯ ИНТЕРЕСНЫХ И ЗАБАВНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

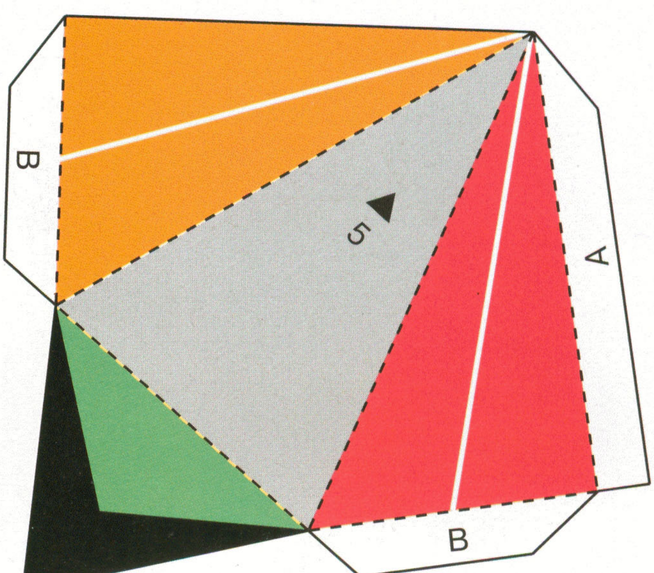
ПЕНТАГРАММА И ПИРАМИДА

Другие детали этой модели находятся на с. 17.









A

C

B

B

B

A

A

B

B

A

D

D

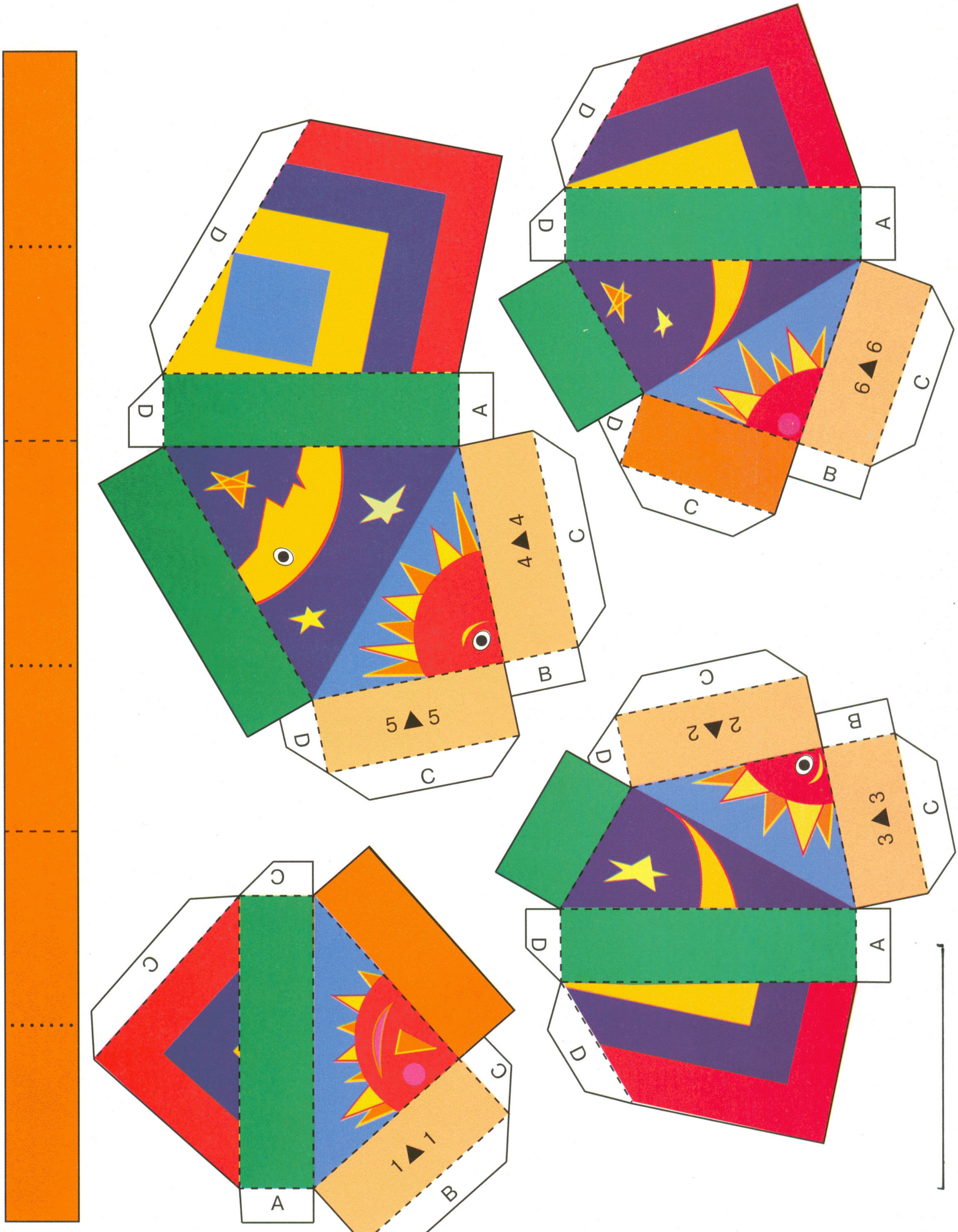
B

B

Коллекция интересных и забавных математических моделей

СЕЧЕНИЕ ДАДЕНЕЯ

Это хитрое сечение открыл знаменитый изобретатель головоломок Генри Даденей. Здесь оно представлено в виде забавной трехмерной модели. Тут не только квадрат плавно трансформируется в равносторонний треугольник, но и солнце превращается в луну!
См. также с. 6 книжки-малютки.



6▲6

5▲5

4▲4

3▲3

2▲2

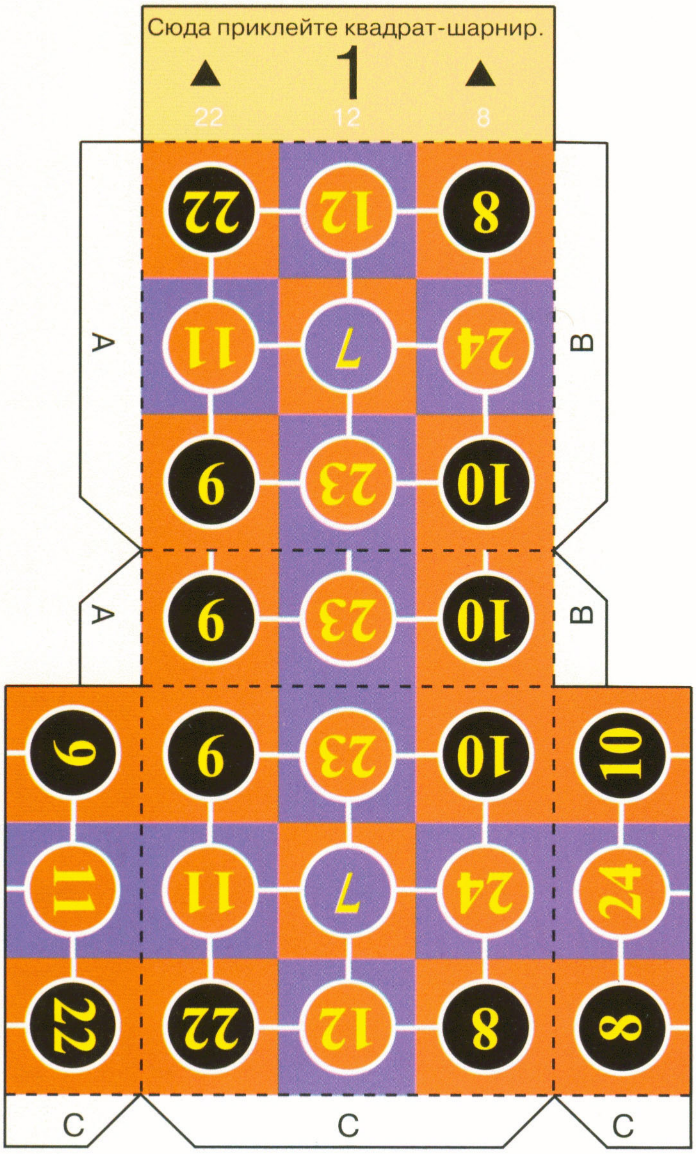
1▲1

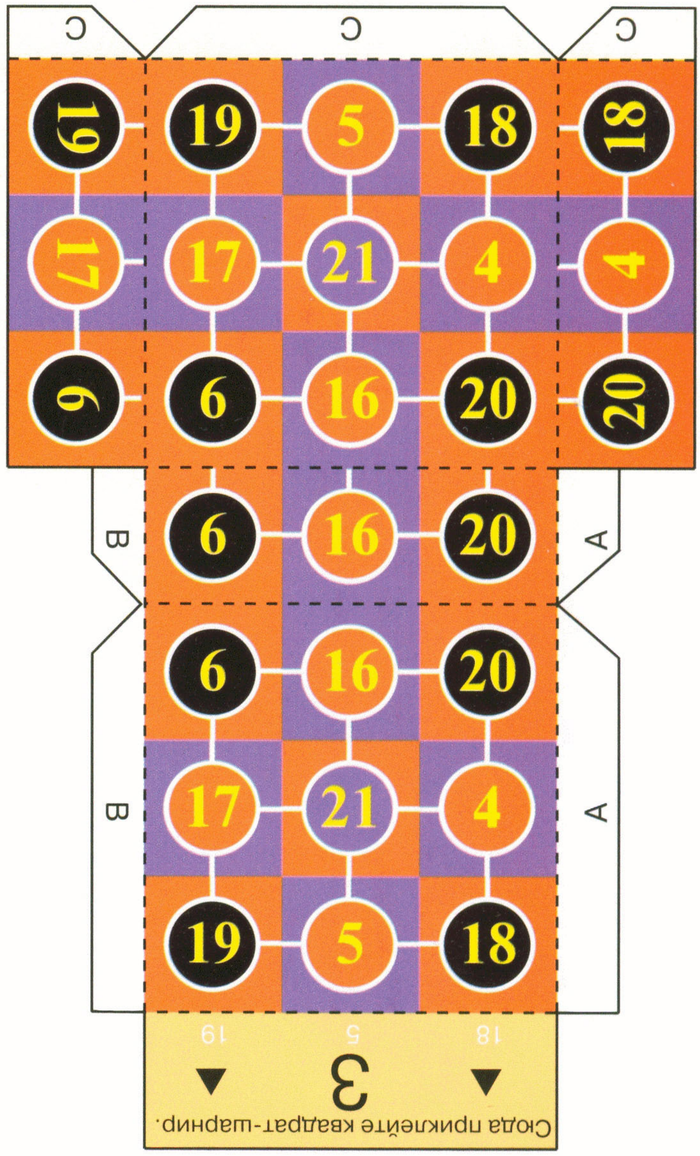
ВОЛШЕБНЫЙ КУБ

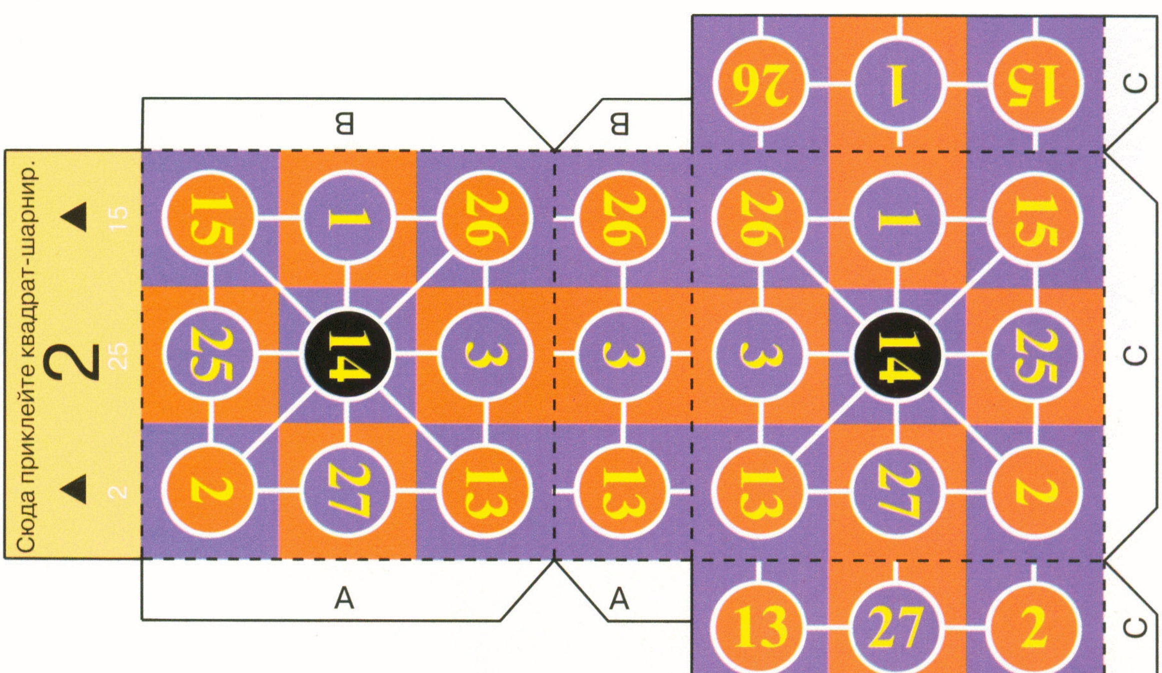
КОЛЛЕКЦИЯ ИНТЕРЕСНЫХ И ЗАБАВНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Эта любопытная модель представляет собой волшебный куб размером 3x3x3, на гранях которого нанесены все числа от 1 до 27. Кроме того, он раскрывается посередине, позволяя заглянуть внутрь и убедиться, что сумма чисел в любом ряду и колонке и на некоторых диагоналях равна 42. Более подробно об этом написано на с. 4 книжки-малютки.

Другая деталь этой модели находится на с. 25.







C C C

A B

A B

B A

B A

C C

C

B

B

C

C

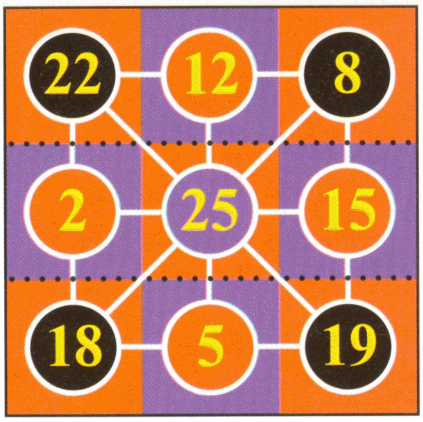
C

A

A

ВОЛШЕБНЫЙ КУБ

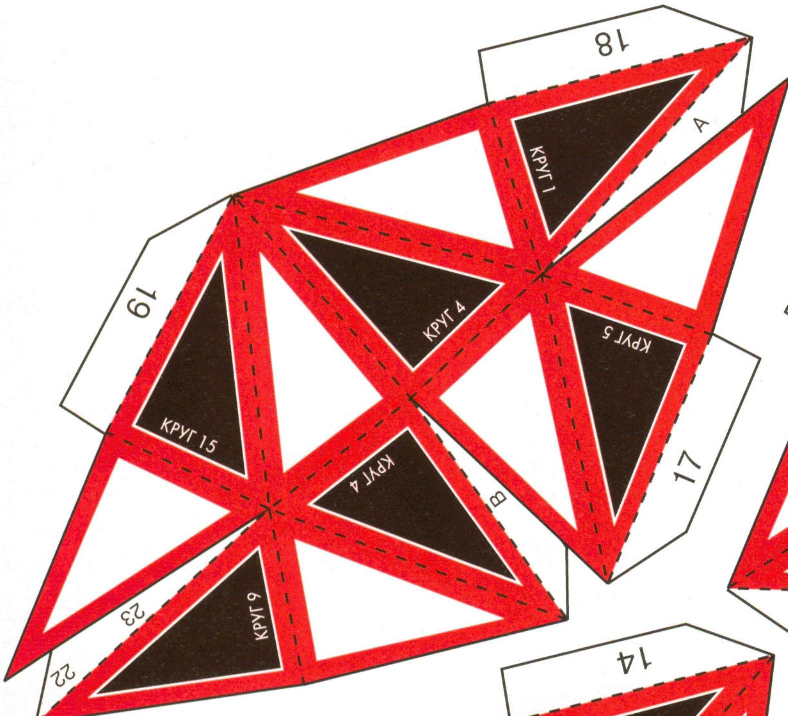
Другие детали этой модели находятся на с. 23.

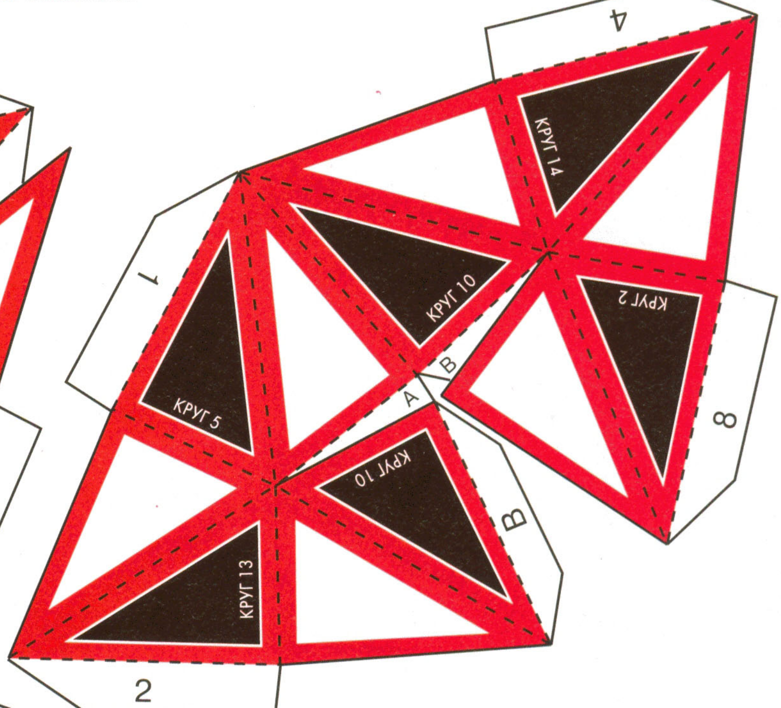


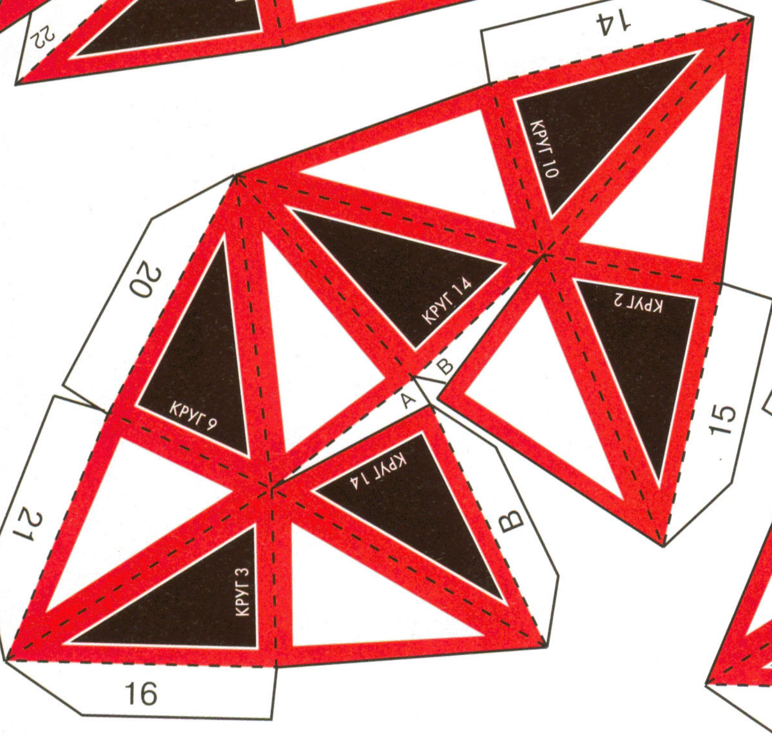
ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ СФЕРА

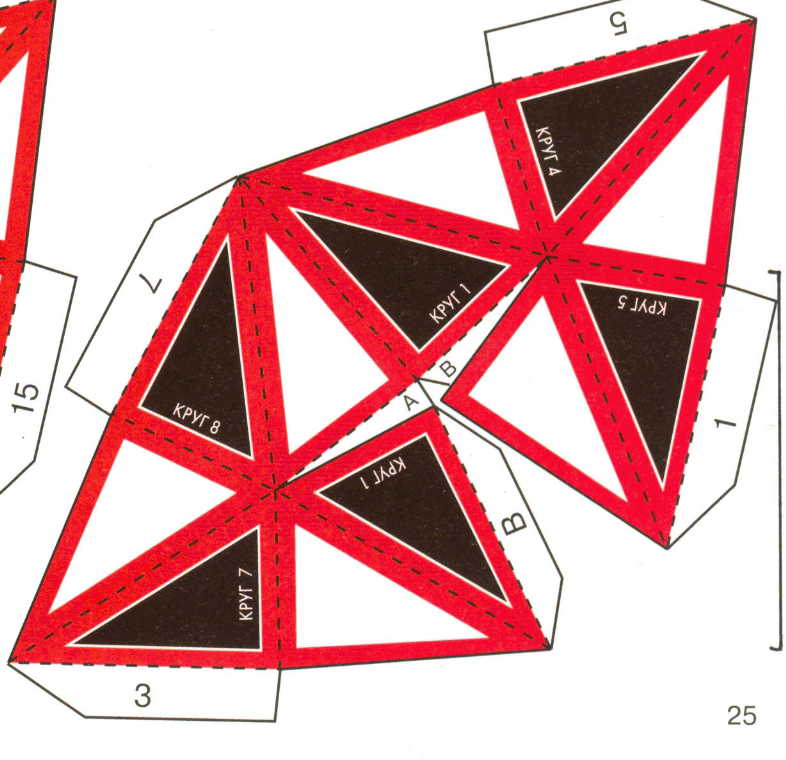
Другие детали этой модели находятся на с. 27.

Эта любопытная модель состоит из 120 плоских треугольников, образующих почти точную сферу. Все треугольники имеют одинаковые размеры, но 60 из них — черные, а 60 — белые, чтобы подчеркнуть, что они образуют зеркальные пары. Красные линии очерчивают 15 больших окружностей, симметрично опоясывающих модель. Более подробно об этом написано на с. 10 и 11 книжки-малютки.



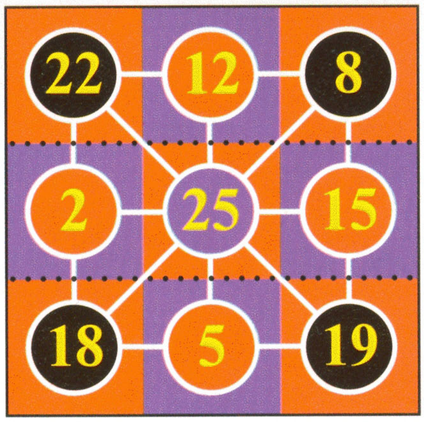






ВОЛШЕБНЫЙ КУБ

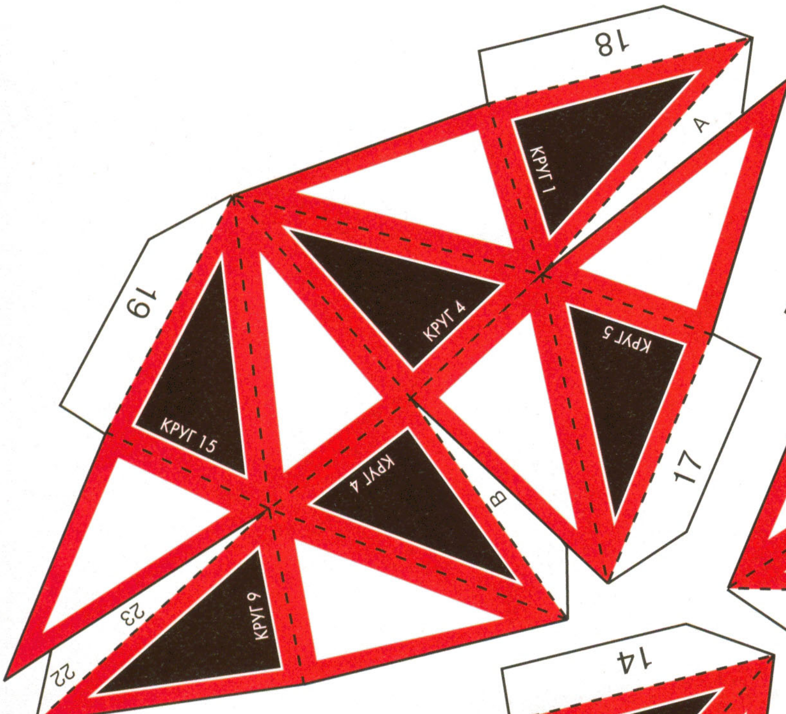
Другие детали этой модели находятся *на с. 23.*

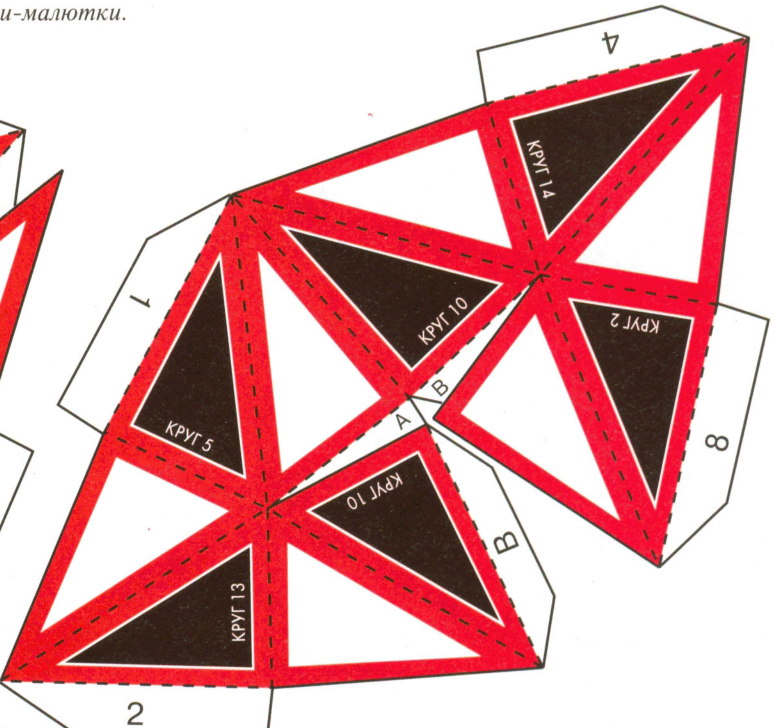


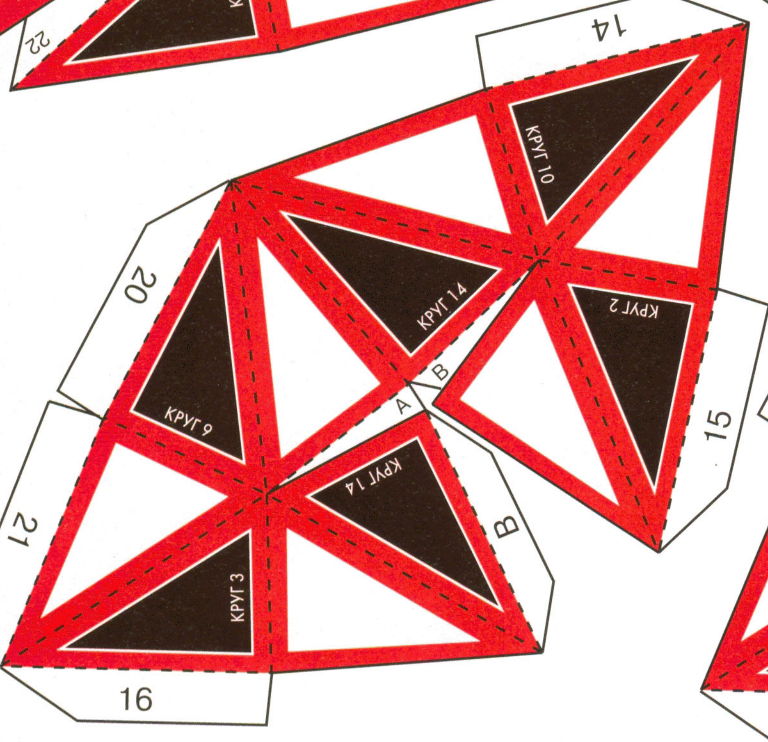
ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ СФЕРА

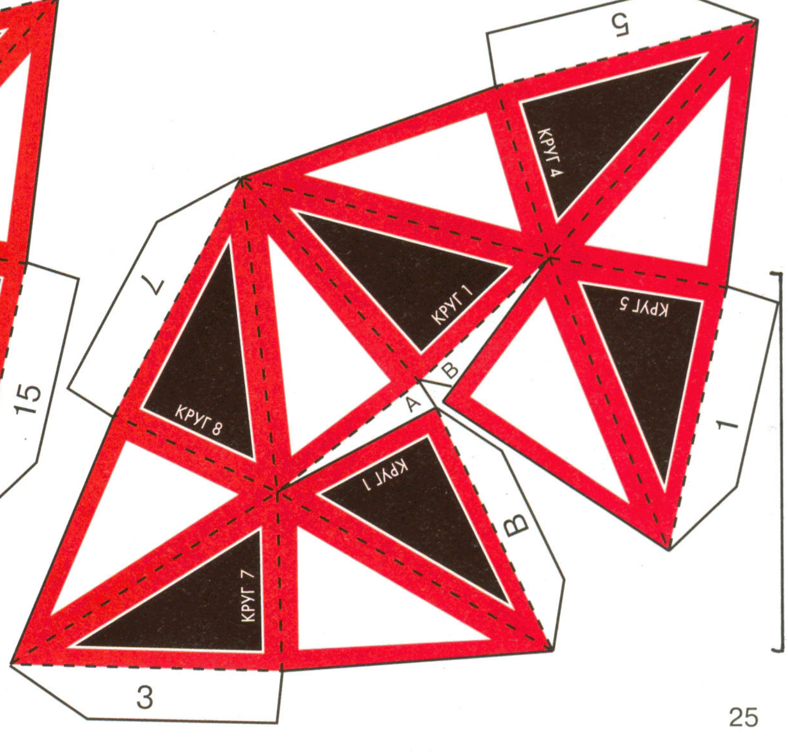
Другие детали этой модели находятся *на с. 27.*

Эта любопытная модель состоит из 120 плоских треугольников, образующих почти точную сферу. Все треугольники имеют одинаковые размеры, но 60 из них — черные, а 60 — белые, чтобы подчеркнуть, что они образуют зеркальные пары. Красные линии очерчивают 15 больших окружностей, симметрично опоясывающих модель. Более подробно об этом написано на с. 10 и 11 книжки-малютки.









Волшебный куб

1

2

3

Геодезическая сфера

8 4

А 17 18

В В А

1 В

2

23 23

20

21

1 5 15 14

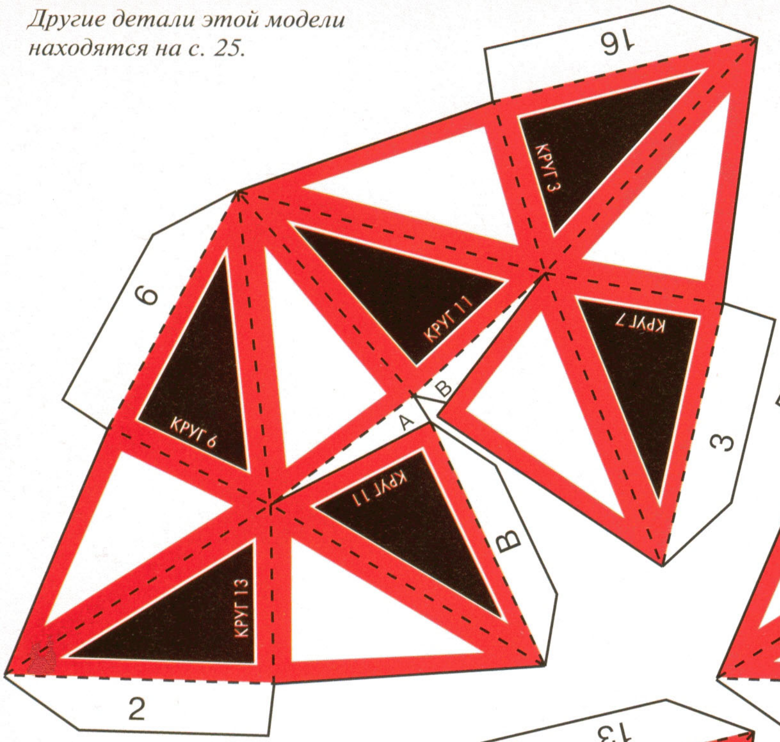
В В А В

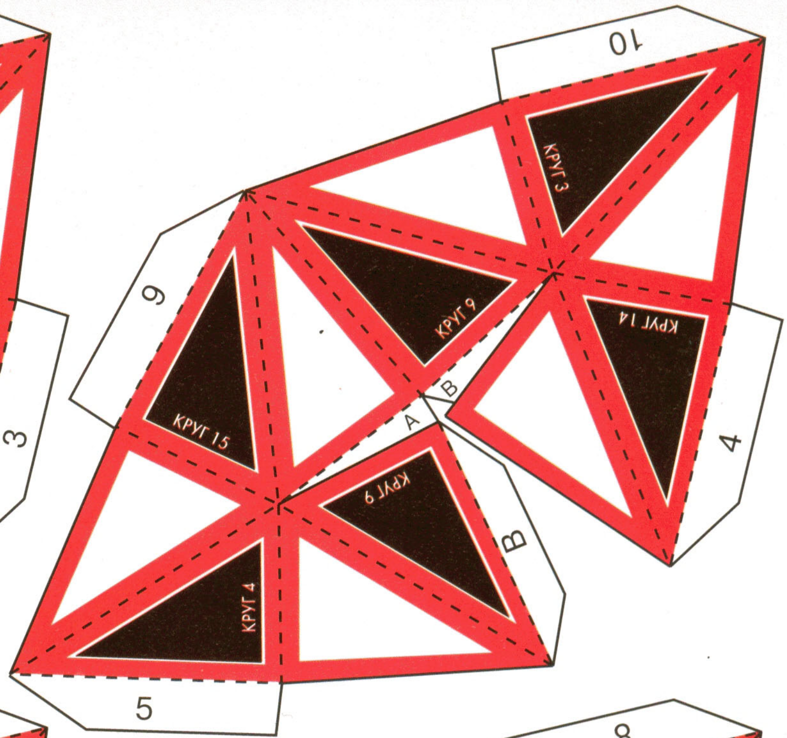
А

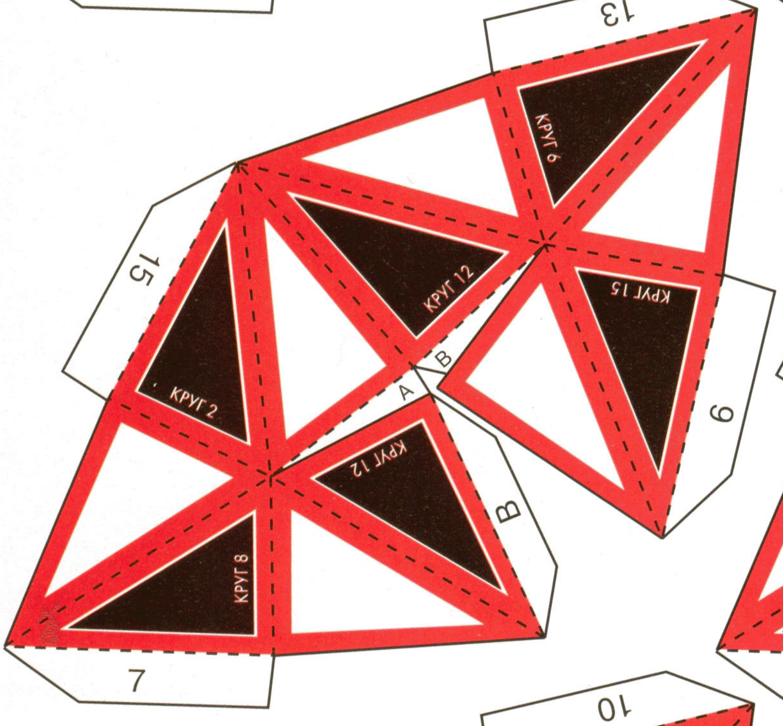
1

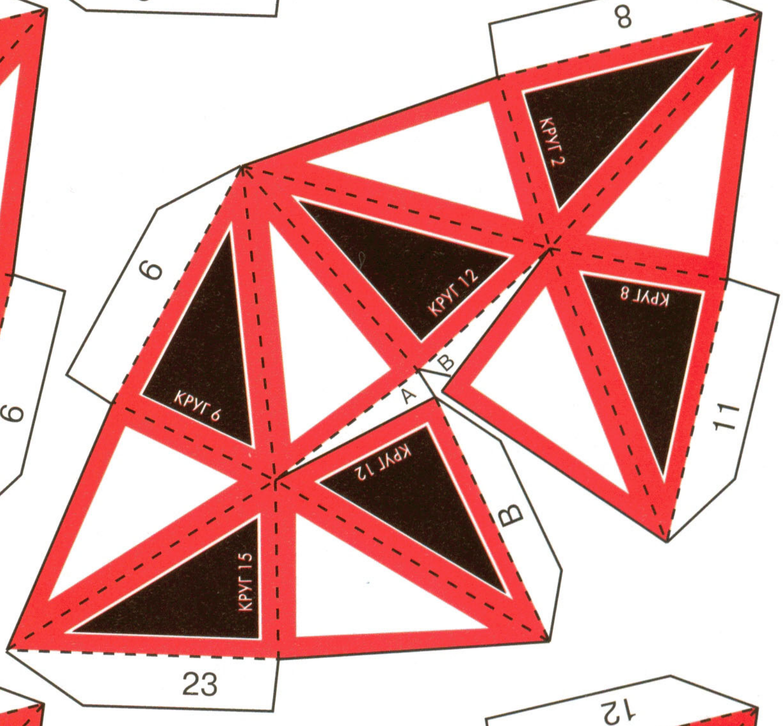
3 16

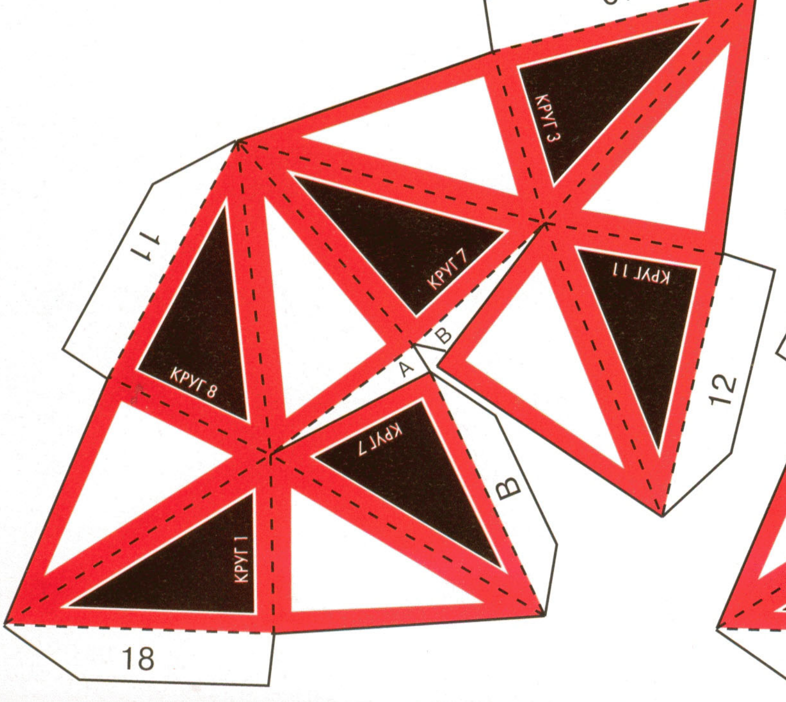
Другие детали этой модели находятся на с. 25.

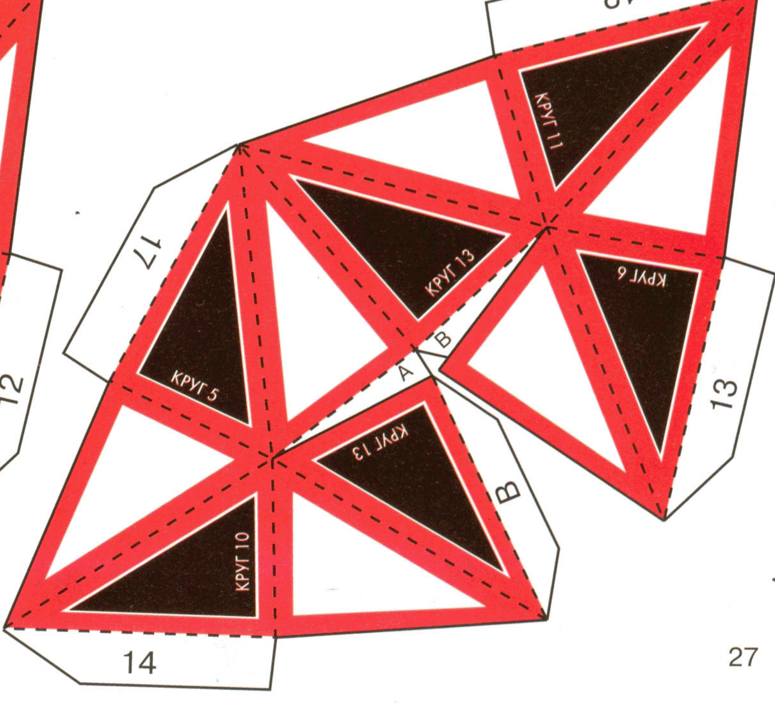












4 10 3 16

B B A B B A

9 9

5 2

11 8 9 13

B B A B B A

9 15

19 7

22

13 12 12 10

B B A B B A

17 11

14 18

*Продавите пунктирные линии ◄- - - - ►,
потом вырежьте страницы с 3-й по 8-ю.
Как сделать книжку-малютку, написано на третьей странице обложки.*

Устройство волшебных квадратов 4х4

A+a	B+b	C+c	D+d
D+c	C+d	B+a	A+b
B+d	A+c	D+b	C+a
C+b	D+a	A+d	B+c

Не случай и не удача причина тому, что, как ни складывай числа на Чертовой рамке, всегда получается 34. В этом выражается фундаментальный порядок в структуре чисел. Числа на боках рамки подобраны в результате тщательного логического анализа.

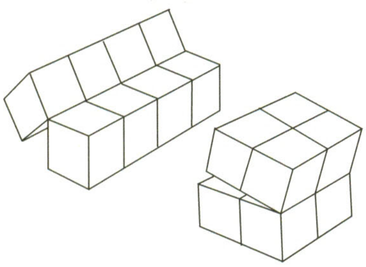
Квадрат слева — пример так называемого «греко-римского квадрата», в котором буквы подобраны так, чтобы в каждом ряду оказалась одна из восьми букв — A, B, C, D, a, b, c, d. То же самое — в каждой колонке и на каждой диагонали. Это означает, что каким бы числом ни заменить каждую букву, в результате получится волшебный квадрат. Попробуйте сами, и убедитесь!

Чтобы сделать волшебный квадрат с другими свойствами, нужно добавить дополнительные соотношения между буквами. Например, чтобы сделать «чертов» волшебный квадрат, числа должны удовлетворять соответствиям $A + D = B + C$ и $a + b = c + d$. Чтобы получить квадрат, используемый в Чертовой рамке, возьмите A = 4,5, B = 5,5, C = 6,5, D = 7,5, a = 8,5, b = –S3,5, c = 4,5, d = 0,5.

Поэкспериментируйте с другими сочетаниями, и увидите, что получится.

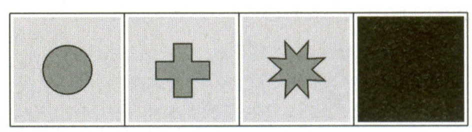
3

Складывающиеся и раскладывающиеся кубики



Кажется, до бесконечности можно складывать и раскладывать эту интересную модель и наблюдать, что при этом происходит. Ее части складываются либо в куб 2х2х2, либо в параллелепипед 4х2х1. Всегда можно открыть любую грань и при этом получить новую фигуру с новым цветом и новым узором. Обратите внимание, что модель преобразуется в два различных куба, у одного из которых все шесть граней красные, а на втором красного нигде нет. В этом случае на противоположных гранях появляется одинаковый узор.

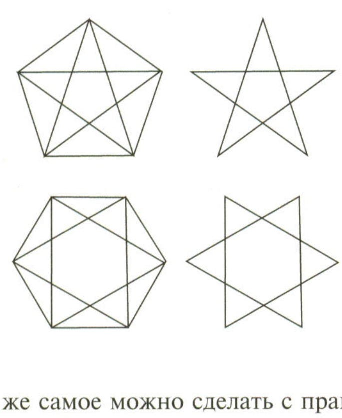
На трех из этих квадратов — три разные фигуры, а четвертый сплошь закрашен красным.
Поэкспериментируйте, плавно переходя от одной позиции к другой.



Исследования:
a) Сколькими способами получаются грани 4х2?
b) Сколько получается параллелепипедов 4х2х1 с различными сочетаниями фигур?
c) Попробуйте сделать другой набор восьми отдельных кубиков или, найдя готовые кубики, соедините их по-другому прозрачной пленкой. Вы увидите, что, по-разному соединяя их, можно получить новые неожиданные эффекты.

5

Пентагон и пентаграмма, гексагон и гексаграмма



Из всех правильных многоугольников только у пентагона диагоналей столько же, сколько сторон — то есть пять.

Кроме того, диагонали пентагона образуют внутри маленький пентагон, а его диагонали — следующий пентагон, и так до бесконечности.

Если стереть стороны пентагона и оставить одни диагонали, получится фигура, называющаяся пентаграммой. В течение столетий она служила символом черного волшебства. А на нашей модели она — символ разноцветного волшебства.

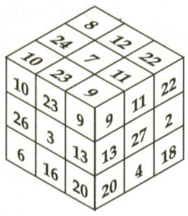
То же самое можно сделать с правильным гексагоном, если не учитывать три диагонали, проходящие через его центр. Оставшиеся шесть диагоналей образуют гексаграмму. Эта фигура известна как «звезда Давида», но если вы попытаетесь сделать на ее основе складывающуюся модель, вы будете очень удивлены. Понимаете, почему?

7

КНИЖКА-МАЛЮТКА

Страницы с 3-й по 8-ю вырезайте по обратной стороне листа.
Как сделать книжку-малютку, написано на третьей сторонке обложки.

Волшебный куб



Хорошо известны плоские волшебные квадраты, в которых сумма, получающаяся при сложении рядов, колонок или диагоналей, всегда одинакова, но мало кто знает, что существуют и волшебные кубы. При сложении чисел в трех направлениях получается один и тот же результат. Самый маленький волшебный куб имеет размер 3x3x3 и, следовательно, состоит из 27 маленьких кубиков. В нашей модели используются первые 27 целых чисел. Сумма первых 27 целых чисел составляет 27x28:2 = 378, и суммирование по каждому ряду из трех квадратиков дает 42, одну девятую от этого числа. Число в центре куба — 14 — является средним арифметическим из 27 чисел.

Сумму 42 можно получить 37 следующими способами:
27 прямых рядов и колонок;
4 диагонали куба, отмеченные черными кружками;
6 диагоналей трех средних сечений.

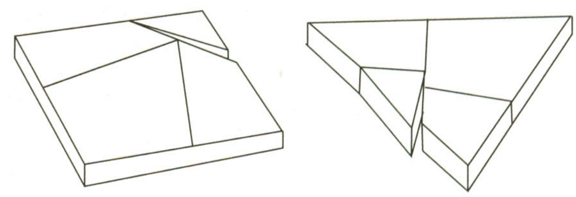
Чтобы увидеть числа внутри, раскройте модель посередине. Иначе число 14 в центре никогда не появится.

Существуют и другие волшебные кубы 3x3x3 с такими же свойствами. Попробуйте придумать их сами. Как ни замечательно найти 37 способов, которыми можно складывать числа на кубе, получая 42, но по диагоналям на внешней стороне куба это получается не всегда. Мы считаем, что невозможно придумать куб с такими свойствами, но если вам это удастся, напишите нам!

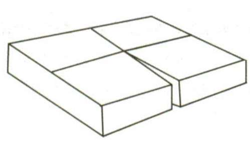
4

Сечение Даденея

Столетиями люди пытались придумать, как разрезать геометрическую фигуру и из кусочков собрать другую фигуру такой же площади. Немецкий математик Гильберт доказал, что это всегда можно сделать при достаточном числе разрезов, но гораздо интереснее достичь результата, разрезав целую фигуру как можно меньше.



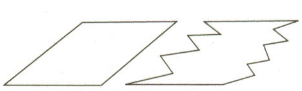
Именно этого добился Даденей, который сумел превратить квадрат в равносторонний треугольник всего четырьмя разрезами. Любопытно, что эта модель может постоянно трансформироваться из одной позиции в другую.



Интересно также придумать хитрую картинку, сохраняющую свой смысл в обоих положениях, например, как на нашей модели, где солнце превращается в луну. Эксперименты легко проводить на более простой модели, например, такой, что показана на рисунке. Эти четыре маленьких квадрата могут непрерывно складываться то в одну позицию 2x2, то в другую, а картинки на них можно рисовать с обеих сторон.

6

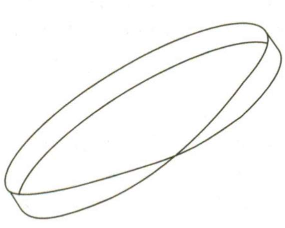
Сколько сторон и краев?



Плоская поверхность любой формы имеет две стороны и один край.

Согнутая плоская поверхность по-прежнему имеет две стороны и один край. Новые складки не являются новыми краями с точки зрения топологии. Подобные поверхности все равно считаются эквивалентными плоским поверхностям.

Если соединить два конца плоской полоски, не перекручивая их, получается простая петля, поверхность с двумя сторонами и двумя четко выраженными краями.



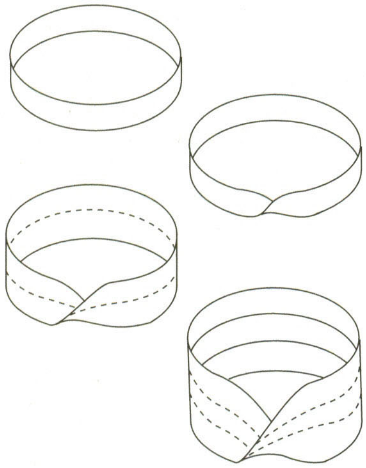
Однако, если склеить два конца плоской полоски, перекрутив их на полоборота, получится тело с совершенно другими свойствами. У него будет только одна сторона и один край. Легко доказать, что это так, ведя по одной стороне цветным карандашом и не отрывая грифель до тех пор, пока вся поверхность не будет окрашена. Первым подобные тела систематически исследовал немецкий математик А.Ф. Мёбиус, и поэтому они известны как ленты Мёбиуса. Это название обычно применяется только для петель с полуизгибом.

8

КНИЖКА – МАЛЮТКА

*Продавите пунктирные линии ←- - - - →,
потом вырежьте страницы с 9-й по 14-ю.
Как сделать книжку-малютку, написано на третьей сторонке обложки.*

Что будет, если простую ленту Мёбиуса разрезать вдоль?



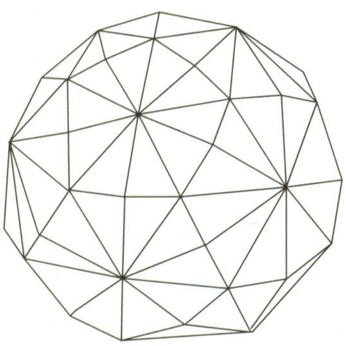
Самая простая лента Мёбиуса — с полуизгибом, то есть ее концы перед склеиванием были повернуты на 180 градусов. Шесть наших моделей демонстрируют все ее хитрости. Такая лента Мёбиуса знаменита не только тем, что у нее всего одна сторона и один край, но и тем, что при разрезании ее вдоль получается нечто неожиданное. Здравый смысл подсказывает, что у вас в руках должны оказаться две петли, либо разделенные, либо соединенные друг с другом. Что получится на самом деле, вы увидите, сделав наши модели.

Эти модели могут служить лишь кратким вступлением к теме. Надеемся, что вам захочется сделать более длинные петли и поэкспериментировать с полуизгибами, полными изгибами, полуторными изгибами, двойными изгибами и т. д. С такими лентами легче работать, если они будут иметь 50—60 см в длину и 2—3 см в ширину: достаточно длинные и достаточно узкие, чтобы их было удобно сгибать и перекручивать.

Попробуйте раскрасить каждую ленту и разрезать ее по центральной линии или по линиям, проходящим на расстоянии одной трети или одной четверти ширины ленты от ее края.

9

Как розу ни назови...



Надеемся, что, сделав модель геодезической сферы, вы простите нас за то, что мы выбрали для нее дважды неправильное название. Во-первых, это не сфера, а во-вторых, ее линии не являются истинно геодезическими! Конечно, невозможно сделать сферу из плоского листа бумаги, но наша модель представляет собой хорошее приближение и совпадает с истинной сферой не менее чем в 62 точках.

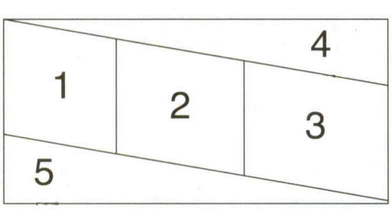
Строго говоря, геодезической линией называется кратчайшая линия между двумя точками на поверхности сферы, не разрезающая ее, как сделано в нашей модели. Однако по внешнему виду они очень схожи. Нужно также признаться, что красные «большие окружности» являются вовсе не окружностями, а многоугольниками, лишь приблизительно совпадающими с большой окружностью. Но все же мы думаем, что поэтическое преувеличение здесь оправдано, и у нас получилась очень симпатичная модель.

Архитектор Р. Бакминстер Фуллер стал известен благодаря своим зданиям, в которых использовал формы, похожие на эту модель. Он назвал их «геодезическими куполами» и доказал, что, если они будут построены с икосаэдрической, додекаэдрической или октаэдрической симметрией, нагрузки в своде разделятся очень равномерно, а значит, купола можно делать из более легких и тонких материалов, чем обычные здания, и закрывать ими большие площади без внутренних опор. Такие здания хорошо подходят для спортивных комплексов и выставочных залов.

11

Тор

Это тело часто называют «бубликом», «спасательным кругом» или «кольцом», но в математике оно именуется тор. У него есть внешняя и внутренняя стороны, но ни одного угла. Таким свойством обладает любое тело, топологически подобное тору. В нашей коллекции математических чудес есть два тора — пятицветный тор и семицветное вращающееся кольцо.



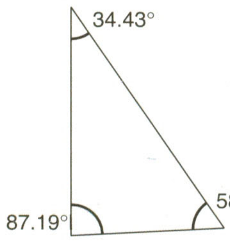
Призовите на помощь воображение, и, свернув этот прямоугольник сверху вниз и слева направо, вы поймете, как можно раскрасить тор, решив задачу о пяти цветах. Существуют и другие решения, но именно это использовалось при раскраске модели «Пятицветный тор». Любопытно, что задача о пяти цветах, неразрешимая на плоской поверхности или сфере, легко решается на торе. Убедитесь, что каждый цвет действительно граничит с остальными четырьмя и на этой диаграмме, и на модели.

Существуют и другие способы расположить области разного цвета. Попробуйте найти их сами. Поэкспериментируйте также с шестью цветами. Решение для семи цветов будет более сложным, для него нужна спираль, которая трижды огибает тор, прежде чем замкнуться. Разобраться в этом вам поможет семицветная модель.

13

Страницы с 3-й по 8-ю вырезайте по другой стороне листа.
Как сделать книжку-малютку, написано на третьей сторонке обложки.

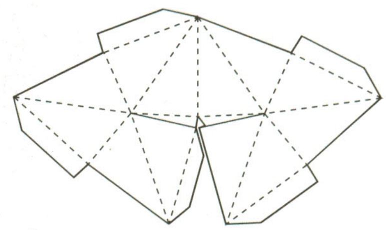
Геодезическая сфера



Углы показаны в градусах и десятых долях градуса.

Все 120 треугольников имеют три одинаковых угла, но вы можете заметить, что 60 из них совпадают друг с другом, а другие 60 — их зеркальные отражения. Половина раскрашена в черный цвет, а половина — в белый, чтобы подчеркнуть разницу.

В математике фигуры, являющиеся зеркальным отражением друг друга, называются энантиоморфными. Можно сказать, что эта модель сделана из 60 энантиоморфных пар треугольников.



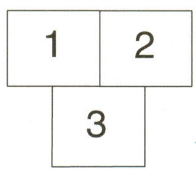
Геодезическую сферу проще составить из таких 10 деталей по 12 треугольников в каждой, а не из 120 отдельных треугольников.

На модели показано, как можно совершенно симметрично провести вокруг сферы 15 больших окружностей. Все они помечены, и вы их можете легко проследить. Обратите внимание, как две окружности пересекаются внутри ромба, ограниченного другими окружностями, три пересекаются внутри треугольника и пять — внутри пентагона. Эти большие окружности разделяют поверхность на двадцать более крупных треугольников, в каждом из которых содержится шесть маленьких треугольников, а также на двенадцать больших пентагонов, по 10 маленьких треугольников в каждом. Получается и додекаэдрическая и икосаэдрическая симметрия. Полное совершенство!

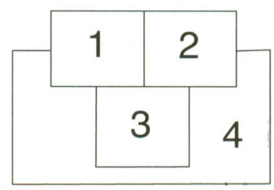
10

Задача о пяти цветах

На плоской поверхности легко нарисовать три области разного цвета, каждая из которых граничит с двумя другими.



Или четыре области, каждая из которых граничит с остальными тремя.



Однако еще никому не удалось сделать следующий шаг и нарисовать диаграмму с пятью областями разного цвета, в которой каждый цвет граничит с четырьмя другими. Потратьте немного времени, пытаясь нарисовать такую диаграмму, или попросите сделать это кого-нибудь еще. Проще ли решить проблему, если рисовать диаграмму на поверхности сферы?

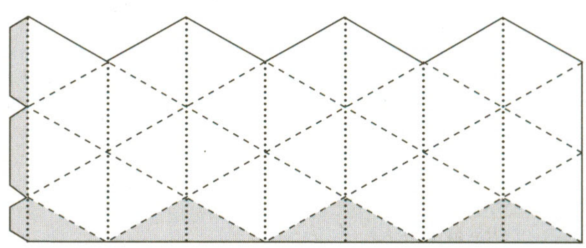
Возможно, вы узнали в этой задаче «теорему четырехцветной карты», обсуждаемую во многих математических книгах. Эта теорема утверждает, что нет такой карты, которую нужно раскрашивать пятью цветами, чтобы области одного цвета не имели общей границы. Конечно, карту можно раскрасить и в пять цветов и больше, но эта теорема гласит, что можно ограничиться всего четырьмя цветами. Исключения еще не обнаружены, наоборот, несколько лет назад было доказано, что четырех цветов всегда достаточно. Это доказательство очень длинное и требует огромного объема компьютерных вычислений. Удивительно: неужели такая простая задача не имеет такого же простого решения?

12

Семицветное вращающееся кольцо

Вращающиеся кольца всегда интересно делать, в какие бы цвета их ни раскрашивать. Узор на рисунке внизу, состоящий из семи тетраэдров и двух одинаковых деталей, образует такое же вращающееся кольцо из четырнадцати тетраэдров, как наша модель. Обратите внимание, что это тело топологически идентично простому тору, и поэтому его можно раскрасить точно так же. Модель показывает, как раскрасить тор в семь цветов, чтобы каждый из них граничил с шестью другими, и это легко проверить, если покрутить кольцо. Больше чем с семью цветами на торе этого сделать нельзя.

Все углы равны 30, 60 или 90 градусам.



Вы можете сделать вращающееся кольцо из двенадцати тетраэдров, чтобы найти собственное решение задачи о шести цветах, и кольцо из десяти тетраэдров для решения задачи о пяти цветах. Любое число тетраэдров больше 7 можно сложить в кольцо, и любое число тетраэдров больше 21 можно завязать в узел.

14

КНИЖКА–МАЛЮТКА

Продавите пунктирные линии, потом вырежьте обе сторонки обложки по этой стороне листа.

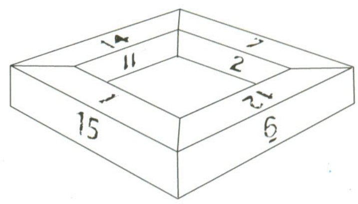
В книжке-малютке описано несколько интересных математических идей, на основе которых и созданы наши модели.

Чертова рамка

13	2	11	8
12	7	14	1
6	9	4	15
3	16	5	10

Модель «Чертова рамка» — это объемное представление одного из семейств знаменитых волшебных квадратов 4x4, известных как «чертовы» или «пандиагональные» волшебные квадраты. Сумма чисел в них одинакова не только по всем рядам, колонкам и обеим диагоналям, но и по каждому квадрату 2x2 и по всем разорванным диагоналям. Разорванные диагонали — это те, которые на волшебном квадрате образуют числа 13 и 16, 4, 1, или 12, 2 и 5, 15, или 6, 7, 11 и 10. Тем же свойством обладают три аналогичные группы из четырех чисел в другом направлении. Их сумма в любом случае равна 34, потому что в этом квадрате используются числа от 1 до 16, сумма первых шестнадцати целых чисел равна 136, а 34 — это одна четверть от 136.

Если этот волшебный квадрат обернуть вокруг квадратной рамки, свойства получившейся модели станут еще интереснее. Попробуйте сложить набор из четырех чисел вокруг рамки в любом направлении. Проверьте сумму четырех чисел, которые встречаются в каждом углу с внешней и в каждом углу с внутренней стороны. Потом проверьте сумму четырех чисел одного цвета. А теперь попробуйте складывать числа по спирали по часовой стрелке или против часовой стрелки вокруг рамки, начав в любом месте. Ну как? И вправду чертова рамка!

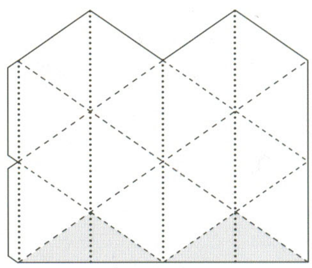


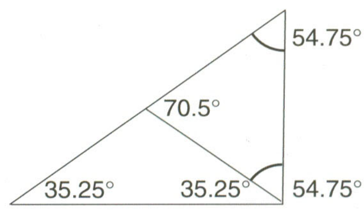
Квадратное вращающееся кольцо

Обратите внимание, что, если вращать это кольцо, каждая вершина каждого из восьми тетраэдров проходит через центр. Это вращение можно продолжать бесконечно. Вы заметили, что, когда восемь вершин проходят через центр, внешний контур образует точный квадрат? И в любой момент сохраняются четыре оси симметрии.

Все восемь граней постоянно связаны друг с другом, но при вращении кольца они поворачиваются относительно друг друга, и поэтому каждый из узоров с каждой стороны меняется.

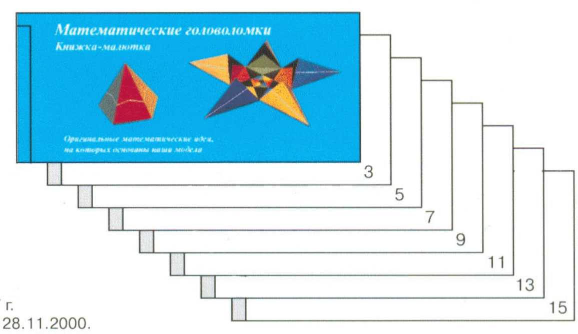
Мы приводим здесь чертеж, по которому вы сможете сделать другие квадратные вращающиеся кольца. Вам понадобятся две такие детали или одна вдвое длиннее. Углы показаны в градусах и в десятых долях градуса.





Как собрать книжку-малютку

Проверьте, чтобы страницы были расположены в правильном порядке в соответствии с их номерами. Затем склейте их или скрепите скобками — и получится книжка-малютка.



Дженкинс Д., Биар М. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ГОЛОВОЛОМКИ.— М.: ЗАО Изд-во Центрполиграф, 2001.— (Поделки своими руками)
ISBN 5-227-01120-6
Редактор *И.В. Тараканова*
Художественный редактор *И.А. Озеров*
Технический редактор *Н.В. Травкина*
Корректор *В.А. Андриянова*

Изд. лиц. ЛР № 065372 от 22.08.97 г.
Подписано в печать с готовых диапозитивов 28.11.2000.
Формат 60x90 1/8. Бумага мелованная. Гарнитура «Таймс».
Печать офсетная. Печ. л. 4,0. Тираж 10000 экз.

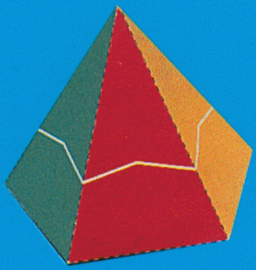
ЗАО «Издательство «Центрполиграф»
111024, Москва, 1-я ул. Энтузиастов, 15
E-MAIL: CNPOL@DOL.RU

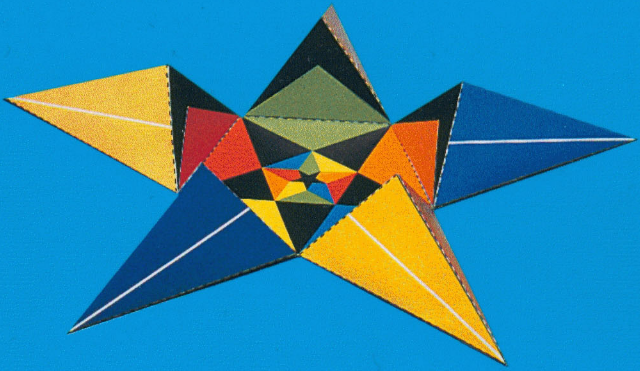
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
ГОЛОВОЛОМКИ

ДЖЕРАЛЬД ДЖЕНКИНС
МАГДАЛЕН БИАР

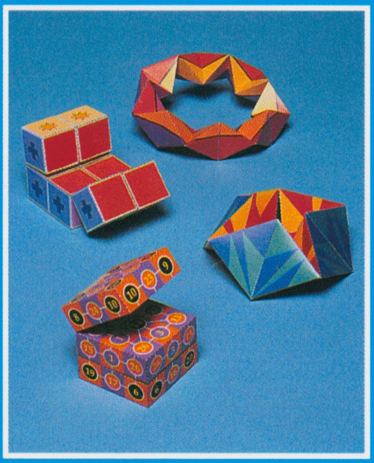
Математические головоломки

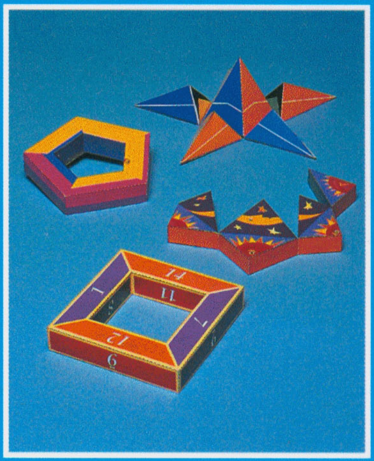
Книжка-малютка





Оригинальные математические идеи, на которых основаны наши модели





**В серии «Поделки своими руками»
вышли в свет книги:**

- **Попугаи на жердочках**
- **Птицы**
- **Бабочки**

Tarquin

ЦЕНТРПОЛИГРАФ®

ISBN 5-227-01120-6
9 785227 011206